



ESTUDO DOS FENÔMENOS DE VIBRAÇÕES MECÂNICAS: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

*Arthur Daniel Silva Vieira¹, Eduardo Rafael Bermudes Tavares², Claudio Ichiba³,
Fernando Pereira Calderaro⁴*

¹Acadêmico do Curso de Engenharia Mecânica, Campus Maringá-PR, Universidade Cesumar - UNICESUMAR. Bolsista PIBIC/ICETI- UniCesumar. arthur.daniel.silva.vieira@gmail.com

²Acadêmico do Curso de Engenharia Mecânica, Campus Maringá-PR, Universidade Cesumar - UNICESUMAR. eduardobermudes41@gmail.com

³Orientador, Mestre, Docente no Curso de Engenharia Mecânica, UNICESUMAR. Pesquisadora do Instituto Cesumar de Ciência, Tecnologia e Inovação – ICETI. claudio.ichiba@gmail.com

⁴Orientador, Doutor, Docente no Curso de Engenharia Mecânica, UNICESUMAR. Pesquisadora do Instituto Cesumar de Ciência, Tecnologia e Inovação – ICETI. fernando.calderaro@unicesumar.edu.br

RESUMO

Este documento apresentará uma investigação sobre os princípios físico-matemáticos que regem as ondas mecânicas, com o objetivo principal de consolidar o conhecimento teórico necessário para o posterior desenvolvimento de um simulador computacional preciso, com aplicações práticas tanto na ciência quanto na engenharia, por meio de uma revisão bibliográfica no caráter quantitativo. Como já exposto, a pesquisa tratará apenas de ondas mecânicas, que são definidas como uma perturbação que necessitam de um meio físico para se propagar e têm comportamento Newtoniano. Serão abordados conceitos essenciais como comprimento de onda e frequência, além da classificação das ondas. A modelagem matemática do fenômeno é representada por uma função senoidal que descreve o deslocamento da onda em função da posição e do tempo. Para ondas unidimensionais, este estudo destacará a relação entre as propriedades físicas de uma corda, como tensão e densidade, e a frequência sonora produzida, o que facilita a modelagem do sistema, além da importância do cálculo diferencial e da Série de Fourier para modelar sistemas dinâmicos e analisar ondas complexas. No contexto bidimensional, a revisão aponta para o uso de métodos numéricos com parametrizações, como a polinomial e a por blocos, para analisar a propagação em meios heterogêneos, ressaltando as vantagens e desvantagens de cada abordagem. Por fim, o trabalho conclui que foi-se estabelecida uma base teórica robusta para a criação de um simulador com potenciais aplicações em diversas tecnologias, como na saúde e na engenharia.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem físico-matemática; Ondas mecânicas; Ondas unidimensionais; Ondas bidimensionais.

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Halliday, Resnick e Walker (1992), as ondas são um fenômeno físico caracterizado pela perturbação em algum meio, seja ele físico ou algum campo, como eletromagnético ou gravitacional, transmitindo informação e energia entre dois pontos. Além disso, elas estão relacionadas com diversas áreas do conhecimento prático, sendo essenciais para a compreensão e funcionamento de sistemas acústicos, ópticos, eletromagnéticos e entre tantos outros. Neste artigo, os princípios da ondulatória serão estudados em meios unidimensionais e bidimensionais, contando com o uso de ferramentas para moldagem matemática e exposição de métodos para simular computacionalmente sistemas deste tipo, permitindo aplicações práticas e avanços tecnológicos em diversas frentes.

Dado o contexto desta temática, pretende-se elucidar os princípios físico-matemáticos da ondulatória, para a criação de um simulador computacional preciso e útil, tanto para a engenharia, quanto para a ciência. Para tanto, optou-se por uma abordagem metodológica baseada em revisão tradicional, selecionando materiais disponíveis de maneira virtual, nas áreas de Ciências Exatas e Engenharia.

Assim, deseja-se explicitar quais os princípios da ondulatória em uma e duas dimensões, além dos métodos de análise científica e matemática.



Então, tal tarefa fora destrinchada em um algoritmo composto por duas etapas: (1) Realizar uma revisão bibliográfica dos fundamentos físicos e matemáticos da propagação de ondas; (2) Mapear e analisar modelos matemáticos para a descrição de ondas em 1D e 2D.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Trata-se de uma revisão bibliográfica, no escopo quantitativo. Dessa forma, a pesquisa será focada nos princípios físicos da ondulatória e sua modelagem matemática, para que se possa desenvolver, posteriormente, a simulação de ondas. Os critérios de inclusão foram se a sua gratuidade; em português ou inglês; temática voltada às áreas do conhecimento presentes neste artigo (ciências exatas e engenharia); e pertinência com a proposta de analisar-se puramente os fundamentos da Ondulatória.

Primeiramente, foi-se utilizado o livro clássico no assunto “Fundamentos de Física”, de Halliday, Resnick e Walker (1992), para um bom fundamento teórico, que se somou a outros artigos no escopo teórico. Além, foi pesquisado duas vezes na plataforma Periódicos CAPES, com o buscador “Ondulatória”, com os filtros de pesquisa Acesso Aberto e idiomas português e inglês. Na primeira pesquisa, utilizou-se, também, o filtro “Engenharias”, aparecendo nove artigos, dos quais foram selecionados dois, visto que estes apresentavam modelagens matemáticas para sistemas físicos e computacionais de ondas.

Na segunda pesquisa no Periódicos CAPES, foi utilizando o filtro “Ciências Exatas e da Terra”, resultando em 15 artigos, sendo que 2 deles foram os selecionados anteriormente, e apenas um artigo inédito fora selecionado, pelo mesmo parâmetro de exclusão anteriormente citado. Além destas pesquisas, fora também pesquisado na plataforma *Scielo* e o buscador foi “Modelagem Matemática Ondas”, aparecendo três artigos, dos quais, um foi selecionado. Abaixo pode-se ver uma tabela com os quatro artigos, com comparações nos objetivos deles.

Quadro 1: Comparação entre os objetivos de cada referência

Artigo	Título	Objetivo
Catelli e Mussato, 2014	Tensão, calibre e frequência das cordas de instrumentos	Investigar como a frequência, tensão e calibre de uma corda se relacionam e como eles impactam o desempenho e som dos instrumentos de corda ao variarem.
Spadim, Martinez e Bressan, 2014	Aplicação de Série de Fourier na Forma Exponencial a sistemas LCIT	Desenvolver a série de Fourier apresentar aplicações dela para problemas, principalmente em estudos com Sistemas Lineares Contínuos Invariantes no Tempo (LCITs), relevantes para diferentes áreas, como Ondulatória, Computação, Matemática e Engenharia.
Nóbrega <i>et al.</i> , 2022	Aplicações científicas e tecnológicas da derivada e integral usando simulação computacional	Apresentar como o Cálculo Diferencial e Integral podem ser usados para modelar problemas complexos utilizando computação, a fim de tornar-se uma ferramenta poderosa para avanços em diferentes áreas da ciência e engenharia.
Halliday, Resnick e Walker, 1992	Fundamentos de Física - Gravitação, Ondas e Termodinâmica	Fornecer uma introdução clara e sólida aos princípios fundamentais da física, abrangendo termodinâmica, gravitação e ondas, a partir de uma abordagem conceitual e visando a resolução de problemas físicos.
Santos e Figueiró, 2006	Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações de campos de velocidades	Desenvolver e comparar duas formas de parametrização de campos de velocidades para modelagem acústica bidimensional, utilizando o método das diferenças finitas aplicado à equação da onda acústica.



3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente, de acordo com Halliday, Resnick e Walker (1992), onda mecânica é toda aquela que, além de obedecerem às Leis de Newton, precisa de um meio físico para propagar-se, como o ar ou a água. Caso esta onda varie na mesma direção que propaga, é denominada transversal (o caso mais comum é o som), mas caso sua direção de propagação fosse perpendicular à direção de variação, será denominada longitudinal (que é o caso de cordas vibrantes).

Além disso, Halliday, Resnick e Walker (1992) ainda expõe dois importantes conceitos para as ondas são o comprimento de onda (representado pela letra grega λ , medido, geralmente, em metros), que é a distância entre duas cristas ou dois vales de uma onda, e a frequência (representado pela letra f , medido em s^{-1} , conhecido com Hertz), que é o número de vezes que uma onda se repete em um segundo. Sobre a forma de modelar o comportamento desta onda, utiliza-se a seguinte função senoidal:

$$y(x, t) = y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Onde y_m é a amplitude da onda, y é o deslocamento da onda, x é a sua posição, t é o instante, k é o número da onda (determinado pela equação $k = \frac{2\pi}{\lambda}$), e ω é a frequência angular (determinada por $\omega = 2\pi f$).

Nesse contexto, Catelli e Mussato (2014) expõem uma situação interessante para a modelagem matemática de ondas unidimensionais estacionárias: como a afinação de cordas vibrantes altera a frequência das notas. Assim, eles evidenciam relações matemáticas de proporcionalidade, demonstrando maneiras de afinar instrumentos de cordas para que suas cordas soem com notas diferentes do que as previstas na fabricação. Isto torna-se importante para a modelagem matemática, visto que Catelli e Mussato (2014) equacionam tensão, tamanho, densidade, calibre e frequência produzida pela corda, o que facilita a modelagem deste sistema.

Assim, Nóbrega et al. (2022) enfatizam o uso do cálculo para a modelagem de sistemas dinâmicos, tais como o de ondas, foco do presente estudo. O cálculo torna-se, portanto, uma ferramenta importantíssima para a modelagem deste e de diversos fenômenos pela aplicabilidade de equações diferenciais para modelar sistemas. Outrossim, Spadim, Martinez e Bressan (2014) analisam que a forma exponencial da Série de Fourier torna a modelagem e análise ondulatória mais simples, ao passo de que existe relação entre ela e a decomposição em harmônicos de ondas complexas, tendo como saída um Sistema Linearmente Contínuo Invariante no Tempo (LCIT).

Além disso, Santos e Figueiró (2006) utilizam métodos numéricos, séries infinitas, como a Série de Taylor, e parametrizações para analisar ondas bidimensionais em meios heterogêneos. As parametrizações usadas por ele foram a parametrização polinomial, a qual, principalmente, suaviza o modelo das velocidade e ocupa menos memória da máquina; e a parametrização por blocos, que divide o espaço heterogêneo em diversos espaços homogêneos. Entretanto, foi destacado que o primeiro método, apesar de mais rentável em termos de economia de memória, apresenta falhas como supressão da difração, atenuação de reflexões reais, pequenas alterações nos parâmetros de tempo e amplitude e reflexões artificiais.

Dessa forma, o estudo das ondas pode beneficiar diversas áreas do conhecimento, como a saúde, melhorando aparelhos de exames, como Ultrassonografias; e a mecânica, ao possibilitar sistemas que cancelem oscilações prejudiciais para a durabilidade de máquinas, ou para tecnologias como radares e sonares.



4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, a revisão bibliográfica consolidou os fundamentos físico-matemáticos para a modelagem de ondas, estabelecendo conceitos como onda mecânica, suas classificações e características (comprimento de onda λ e frequência f), representadas por uma função senoidal.

Para ondas unidimensionais, demonstrou-se a relação matemática entre as propriedades físicas de uma corda (tensão, densidade) e sua frequência. Confirmou-se também a importância do cálculo para modelar sistemas dinâmicos e da Série de Fourier para analisar ondas complexas. No âmbito bidimensional, a pesquisa indicou o uso de métodos numéricos com parametrizações (polinomial e por blocos) para analisar a propagação de ondas em meios heterogêneos, destacando as vantagens e desvantagens de cada método.

Por fim, o estudo atingiu seus objetivos ao estabelecer o embasamento teórico para o desenvolvimento de um simulador computacional, com potenciais aplicações na saúde, como ultrassonografias, e na engenharia, em tecnologias como radares e sonares.

REFERÊNCIAS

CATELLI, F.; MUSSATO, G. A. Tensão, calibre e frequência das cordas de instrumentos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 1, p. 1306, jan. 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.capes.gov.br/index.php/acervo/buscaador.html?task=detalhes&source=all&id=W2058776282>. Acesso em: 8 set. 2025.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física - Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. v. 2. Rio de Janeiro: LTC, 1992. Disponível em: <https://brogdomonzaio.wordpress.com/wp-content/uploads/2011/10/halliday-4-ed-vol-2.pdf>. Acesso em: 8 set. 2025.

NÓBREGA, J. C. da S.; SILVA, S. K. B. M. da; SANTOS, R. da S.; SOUSA, G. de M.; VIEIRA, C. M. da S.; SOUZA, A. C. P. de; ALBUQUERQUE, T. da N.; NASCIMENTO, J. J. da S. Aplicações científicas e tecnológicas da derivada e integral usando simulação computacional. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 11, n. 2, 2022. DOI: 10.33448/rsd-v11i2.24025. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/24025>. Acesso em: 2 mai. 2025.

SANTOS, Roberto Hugo M. dos; FIGUEIRÓ, Wilson. Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações de campos de velocidades. **Revista Brasileira de Geofísica**, [S. l.], v. 24, n. 1, p. 103-115, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbg/a/7bqkDnqpqjvDGDjzsCC7bCq/?lang=pt>. Acesso em: 8 set. 2025.

SPADIM, Renan C.; MARTINEZ, André L. M.; BRESSAN, Glaucia M.. Aplicação de Série de Fourier na Forma Exponencial a sistemas LCIT. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 2 n. 1, 2014. e-ISSN: 2359-0793. Disponível em: <https://www.periodicos.capes.gov.br/index.php/acervo/buscaador.html?task=detalhes&source=all&id=W2089552820>. Acesso em: 8 set. 2025.