ORDEM DE LEITURA DOS AFIXOS EM EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Sueli Cunha
UERJ – sueli.cunha@ime.uerj.br
Jaime Velasco
UERJ – jaimevelasco@ime.uerj.br

Eixo 2 – Letramento e Alfabetização Matemática

Resumo

Uma boa compreensão do significado de uma expressão matemática está intimamente ligada à forma com que ela é lida. Mesmo em língua natural, uma boa fluência na leitura permite uma melhor compreensão de um texto. O mesmo ocorre na leitura de expressões escritas em linguagem matemática. Com isso, é importante saber ler expressões matemáticas de modo a refletir seu significado (em vez de simplesmente ler seus símbolos). Para tanto, é necessário ver a linguagem matemática como uma ferramenta de comunicação escrita (assim como uma língua natural qualquer) e conhecer noções de uma gramática normativa desta linguagem. Este texto trata da leitura de palavras e expressões em linguagem matemática, formadas por afixação. Assim, são antes apresentadas a importância de conhecimentos de escrita e leitura em linguagem matemática (no processo de modelagem, por exemplo), bem como uma descrição dos afixos (fazendo um paralelo com esses elementos na gramática da língua portuguesa) e, por fim, feita uma análise da ordem de suas leituras, especificamente em expressões algébricas.

Palavras-chave: Linguagem matemática. Expressões algébricas. Gramática da linguagem matemática. Leitura e compreensão de expressões algébricas.

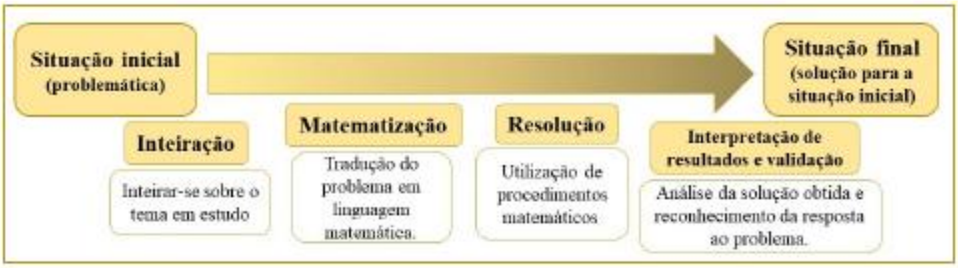
Introdução

Expressões matemáticas são uma maneira de descrever em *linguagem matemática* uma situação-problema. Por outro lado, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) preconiza que os alunos

> desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (Brasil, 2018, p.265).

Em vista disso, a Modelagem Matemática tem sido uma alternativa de metodologia de ensino, visto que ela associa conceitos matemáticos à resolução de problemas de alguma área do conhecimento, ou mesmo problemas reais (Stillman, 2015, *apud* Fadin e Tortola, 2021, p. 6). Basicamente, o processo de Modelagem Matemática passa por três fases, uma das quais (a *Matematização*, realizada após ter-se compreendido a situação e seguida da aplicação da solução) é subdividida em três fases, onde a primeira consiste em *traduzir o problema em linguagem matemática*, seguida da resolução matemática do modelo, concluindo com a *interpretação* e validação dos resultados obtidos (Figura 1).

Figura 1: Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Extraído de Fadin; Tortola, 2021, p. 9

Ora, a primeira e a última fases da *Matematização* necessitam de conhecimentos de *escrita* e de *leitura* em *linguagem matemática*. Por exemplo, ao observar que são necessárias quatro colheres de açúcar para adoçar duas jarras de suco, procura-se determinar quantas colheres de açúcar são necessárias para adoçar nove jarras de suco. Para fins de generalização para a modelagem (por meio do pensamento algébrico), é necessário observar que são necessárias duas colheres de açúcar para adoçar cada jarra de suco, identificando assim que o número de colheres de açúcar necessárias corresponde ao *dobro* do número de jarras de suco. Assim, representando por j o número de jarras de suco a considerar, em cada caso, e por c a quantidade de colheres de açúcar para adoçar j jarras de suco, a expressão $c = 2j$ descreve a correlação "o número de colheres corresponde ao dobro do número de jarras" (extraído de Junker, p. 37). Desta forma, vendo a linguagem matemática como uma ferramenta de comunicação (como qualquer outra linguagem), é necessário conhecer suas regras gramaticais a fim de poder descrever, em linguagem matemática, esta correlação entre "colheres de açúcar" e "jarras de suco".

Vale observar ainda a existência de *dialetos* em linguagem matemática; estes consistem em "variantes de uma língua restrita a uma comunidade inserida em uma comunidade maior de mesma língua" (DIALETO, 2025). Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar resultados teóricos de um estudo onde foram identificadas algumas regras para a ordem de leitura dos afixos em palavras (ou expressões) parassintéticas (isto é, as formadas pelo acréscimo de mais de um afixo) especificamente nos dialetos *Aritmetiquês* e *Algebrês* (ou seja, relativos à Aritmética e à Álgebra, respectivamente). Para isso, após fazer um paralelo da formação de palavras por afixação, em língua portuguesa, e apresentar novos afixos para a formação de palavras (ou expressões) por afixação (identificados por Cunha e Velasco, 2019, p.3-6) em linguagem matemática, buscou-se, inicialmente, apresentar análises de algumas palavras e expressões (utilizando alguns exemplos aritméticos e algébricos) formadas por esse processo, para cada afixo, em linguagem matemática. Em seguida, analisando a semântica de algumas palavras (ou expressões) parassintéticas e comparando-a com seu processo de formação, são então enumeradas as referidas regras de leitura identificadas.

Os afixos

Em uma língua natural (português, por exemplo), uma palavra é uma "unidade linguística com significado próprio e existência independente, que pode ser escrita ou falada" (PALAVRA, 2025). Palavras podem ser *primitivas* (isto é, que não se formam de nenhuma outra) e há palavras formadas baseadas em outras palavras. Dentre os processos de formação de palavras, há a *derivação por afixação* (isto é, processo em que palavras se formam de outras palavras, mediante o acréscimo de um *afixo* – prefixo ou sufixo – a um *radical*, o elemento base da formação da palavra). Há ainda casos em que uma palavra é formada pelo acréscimo simultâneo de um prefixo **e** de um sufixo a um determinado radical; são as chamadas derivadas por parassíntese (Cunha e Cintra, 2017, p.116). Em linguagem matemática, há também afixos, dando assim origem a palavras e expressões derivadas. No entanto, foram encontradas algumas particularidades da linguagem matemática, se comparadas com uma língua natural. Em outros termos, além de prefixos e de sufixos, Cunha e Velasco (2019) identificaram, dentre outros, os *infra*fixos, os *supra*fixos e os *circun*fixos; ainda há casos em que o radical da palavra (ou expressão) derivada *não* é uma palavra primitiva. Além disso, sendo afixos "elementos que *modificam* geralmente de maneira precisa o sentido do radical a que se agregam" (Cunha e Cintra, 2017, p.93, grifo nosso), em linguagem matemática estes são lidos, na grande maioria dos casos, *antes* do radical, sobretudo quando o radical representa um valor (conjunto numérico, matriz, função). Esses são os casos discutidos neste trabalho.

Em vista disso, *expressões matemáticas*, que contemplam também palavras (isto é, expressões formadas a partir de palavras primitivas) são tratadas a seguir, após uma descrição dos afixos.

1) *prefixos*: são afixos inseridos antes do radical; como exemplos, tem-se:
   a) "$-$", que indica, por exemplo, "*o simétrico de*" (ou "*o oposto de*") um determinado valor, como em $-a$ e em -4, lidas (respectivamente) como "o simétrico de uma constante real desconhecida" e "o simétrico de quatro".

b) “k”, representando uma constante natural desconhecida e indicando um “*fator multiplicador*”, como em kx; quando o fator multiplicador é indicado por uma constante natural *conhecida*, a expressão pode ser lida de uma forma mais precisa como em $2x$ (“dobro de uma variável real”) ou $3x$ (“triplo de uma variável real”).

2) *sufixos*: são afixos inseridos *após* o radical; como exemplo, tem-se “!”, indicando “*o fatorial de*”, com em 2! ou $n!$ (lidas, respectivamente, como “o fatorial de dois” e “o fatorial de uma constante natural desconhecida). Vale observar que os sufixos podem figurar “acima” (como em x^2, indicando “*o quadrado de uma variável real*”) ou “abaixo” (como em x_2, indicando “*o segundo elemento de uma sequência de variáveis reais*”).

<u>*Observação*</u>: Prefixos e sufixos são ditos *afixos lineares*, pois são colocados “ao lado” do radical; os demais são denominados *afixos não lineares* e de certa forma (a menos do sobrefixo) “delimitam” o radical.

3) *suprafixos*: são afixos inseridos *acima* do radical; como exemplo, tem-se “$-$”, que quando acrescido a uma expressão representando um número complexo ($a + bi$, por exemplo), indica “*o conjugado de*”, como em $\overline{a + bi}$. Vale observar que um número complexo é usualmente representado (nomeado) por z; assim, $\bar{z}$ é lida como “o conjugado de um número complexo”.

4) *infrafixos*: são afixos inseridos *abaixo* do radical, às vezes com um “elemento de ligação”, como no caso de representações fracionárias; como exemplo, tem-se os “submúltiplos” (isto é, expressões que representam uma parte – ou uma fração – de um valor; neste caso, o infrafixo indica a quantidade de partes em que o valor foi dividido), como em $\frac{4}{2}$ ou $\frac{n}{3}$, indicando “*a metade de* quatro” e “*a terça parte de* uma constante inteira desconhecida”, respectivamente.

5) *circunfixos*: em língua natural, são os afixos descontínuos, isto é, a inclusão de uma de suas partes antes do radical e a outra após o radical; em outros termos, como se indicasse a inclusão de um prefixo e de um sufixo, em que a retirada de apenas um deles resulta em uma “expressão” sem sentido (como em *en*tard*ecer*, onde “tard*ecer*” assim com “*en*tarde” não são palavras com sentido em língua portuguesa). Como exemplo em linguagem matemática, tem-se $|x|$, indicando “*o valor absoluto de* uma variável real”. Por outro lado, um afixo que “envolve” (circunda), total ou parcialmente, uma expressão matemática é

considerado também um circunfixo (como em $\sqrt{x}$, indicando "*a raiz quadrada de* uma variável real").

Como dito anteriormente, em língua natural, uma parassíntese consiste na inclusão simultânea de um prefixo e de um sufixo. Em linguagem matemática, "este conceito foi ampliado para a inclusão simultânea de *pelo menos dois* afixos, como em x_i^2" (Cunha e Velasco, 2019, p.5).

Vale observar que, em linguagem matemática, expressões são pontuadas a fim de eliminar ambiguidades (Thomé, 2020). Em outros termos, uma parassíntese contendo um prefixo e um sufixo, por exemplo, para sua melhor compreensão, seria interessante poder reconhecer que o *prefixo* foi acrescido a uma palavra (não primitiva) derivada pelo acréscimo de um *sufixo*, ou (ao contrário) que um *sufixo* foi acrescido a uma palavra (não primitiva) derivada pelo acréscimo de um *prefixo*. Uma *pontuação* permite indicar essa sequência de acréscimos de afixo (a saber, prefixo depois do sufixo ou vice-versa). Assim, por exemplo, no primeiro caso a expressão $2(n!)$ indica que "*o fator multiplicador (indicativo de dobro)*" foi acrescido à palavra (derivada por sufixação) que representa "o fatorial de uma constante natural desconhecida", devendo, portanto, ser lida como "o dobro do fatorial de uma constante natural desconhecida". Destaca-se aqui que, nesse caso, a leitura dos afixos é feita (naturalmente antes do radical) em uma ordem dita "*linear*", ou seja, na ordem em que ***os afixos*** aparecem na expressão (isto é, da esquerda para a direita).

Por outro lado, a expressão $(2n)!$ indica que o sufixo "*o fatorial de*" foi acrescido à palavra $2n$ (derivada por prefixação) que representa "o dobro de uma constante natural desconhecida", devendo, portanto, ser lida como "o fatorial do dobro de uma constante natural desconhecida. Nesse caso, por sua vez, a leitura dos afixos é feita (naturalmente antes do radical) na ordem "inversa" da ordem linear, ou seja, na ordem ***inversa*** da que ***os afixos*** aparecem na expressão (isto é, da direita para a esquerda).

Em outros termos, uma pontuação indica a ordem em que os afixos foram acrescidos na formação de uma palavra parassintética. Observa-se então que a ordem de leitura dos afixos corresponde à ordem inversa de seus acréscimos para a formação da expressão (isto é, o último a ser acrescido é o primeiro a ser lido, e assim em sequência). Isto se deve ao fato de, como dito anteriormente, um afixo modificar o sentido da expressão a que foi acrescido. Em outros termos, o *último* afixo a ser acrescido modifica uma expressão derivada por afixação (eventualmente uma expressão parassintética); a leitura da expressão deve justamente indicar isto, como é visto mais adiante.

Por outro lado, para determinar o valor descrito pela expressão, segue-se a ordem de inclusão dos afixos. Por exemplo, $(2n)!$ significa o *fatorial do dobro de* n; assim, para determinar seu valor, é necessário inicialmente encontrar o dobro de n, para em seguida, determinar o fatorial do valor obtido. Ocorre que algumas "elipses de pontuação" são comuns (isto é, "a omissão de um termo que o contexto ou a situação permitem facilmente suprir" – Cunha e Cintra, 2017, p.633), resultando em expressões parassintéticas, sem pontuação. A identificação da ordem de leitura dos afixos, em expressões desse tipo (que, como já dito, permite reconhecer a ordem de inclusão dos afixos nessas expressões) é determinada por algumas regras gramaticais que obedecem a certos critérios; esse assunto é discutido na próxima seção.

Leitura de expressões parassintéticas sem pontuação

Como dito anteriormente, este trabalho trata especificamente de leitura de palavras ou expressões *algébricas*, formadas por *derivação por afixação*, onde o radical da expressão representa um valor e, nesses casos, o radical é, na grande maioria dos casos, o último a ser lido (por exemplo, $2a$, lida como "o dobro de uma constante real desconhecida" e a^2, lida como "o quadrado de uma constante real desconhecida"). Por outro lado, em uma parassíntese, formada por acréscimo de *dois afixos lineares <u>distintos</u>* (isto é, um prefixo e um sufixo), *sem pontuação*, os afixos são lidos na "ordem linear" (isto é, "prefixo – sufixo – radical"). Neste caso, pode haver uma elipse da pontuação que indicaria que o prefixo foi acrescido a uma palavra formada por sufixação, justamente devido à linearidade dos afixos. Por exemplo, em:

a) $2n!$ – "o dobro do fatorial de uma constante (inteira) desconhecida";
b) $3a^2$ – "o triplo do quadrado de uma constante real desconhecida";
c) $-a^4$ – "o oposto da quarta potência de uma constante real desconhecida".

Por outro lado, para indicar uma leitura na ordem "inversa" da ordem linear (isto é, "sufixo – prefixo – radical"), indicando que um *sufixo* foi acrescido a uma palavra formada por prefixação, a pontuação deve ser mantida. Assim, considerando os exemplos dados, teria-se:

a') $(2n)!$ – "o fatorial do dobro de uma constante (inteira) desconhecida";
b') $(3a)^2$ – "o quadrado do triplo de uma constante real desconhecida";

c') $(-a)^4$ – "a quarta potência do simétrico de uma constante real desconhecida".

Uma expressão contendo *dois prefixos*, desde que não sejam de *mesmo indicativo* (Thomé, p. 29), permite uma elipse da pontuação, apenas *nos casos em que tal elipse não provoque ambiguidades*. Por exemplo, em $-2a$, pela linearidade dos prefixos, indica "o simétrico do dobro de uma constante real desconhecida". Por outro lado, para escrever "o dobro do simétrico de uma constante real desconhecida", incialmente com a pontuação, tem-se $2(-a)$; no entanto, uma elipse dessa pontuação, poderia provocar uma ambiguidade com a expressão $2 - a$ ("a diferença entre dois e uma constante real desconhecida"), sobretudo em uma escrita manuscrita, tendo em vista a usual negligência do uso de prefixação para indicar "simétrico", escrevendo a "expressão" com espaços. É importante observar que *não há espaços entre um afixo e o radical ao qual ele é acrescido*"; em outros termos escrever "$-\ a$", em vez de $-a$, (assim como escrever "$2\ a$", em vez de $2a$) não constitui uma palavra ou expressão em linguagem matemática, tampouco com sentido matemático.

Na ocorrência de um *sufixo superior* e um *sufixo inferior*, por sua vez, uma elipse da pontuação é usual quando o *superior* é acrescido a uma palavra formada por derivação por afixação de um sufixo inferior, como em $(x_i)^2$, lida como "o quadrado da i-ésima variável de uma sequência de variáveis reais", usualmente escrita, de forma sinônima, como x_i^2.

Quanto aos *afixos não lineares*, tendo em vista que alguns deles delimitam, de certa forma, o radical ao qual foram afixados, deve-se observar a abrangência desta delimitação para se fazer a leitura "em ordem decrescente de abrangência". Desta forma, considerando palavras contendo *apenas dois afixos não lineares* <u>*distintos*</u>, por exemplo, o circunfixo indicativo de "raiz quadrada" e o infrafixo com elemento de ligação indicativo de "metade", tem-se duas possibilidades de palavra: $\frac{\sqrt{a}}{2}$ e $\sqrt{\frac{a}{2}}$. Na primeira, o infrafixo *com elemento de ligação* delimita a palavra $\sqrt{a}$ e a ordem de leitura é então "infrafixo – circufixo – radical", isto é, "a metade da raiz quadrada de uma constante real desconhecida"; na segunda, o circunfixo delimita a palavra $\frac{a}{2}$ e a ordem de leitura é então "circunfixo – infrafixo – radical", isto é, "a raiz quadrada da metade de uma constante real desconhecida".

Considerando agora palavras formadas combinando três *afixos não lineares* <u>*distintos*</u>, por exemplo, o infrafixo *com elemento de ligação* indicativo de metade e os circunfixos $\sqrt{\ }$ e $|\ \ |$, tem-se seis possibilidades, a saber, *as metades* $\frac{|\sqrt{a}|}{2}$ e $\frac{\sqrt{|a|}}{2}$, *os módulos* $\left|\frac{\sqrt{a}}{2}\right|$ e $\left|\sqrt{\frac{a}{2}}\right|$ e *as raízes quadradas* $\sqrt{\frac{|a|}{2}}$ e $\sqrt{\left|\frac{a}{2}\right|}$. Analisando as metades, por exemplo, tem-se:

a) $\frac{|\sqrt{a}|}{2}$ – o infrafixo com elemento de ligação delimitando $|\sqrt{a}|$, onde, por sua vez, o circunfixo $|\quad|$ delimita $\sqrt{a}$; logo, lê-se "*a metade do módulo da raiz quadrada de uma constante real desconhecida*";

b) $\frac{\sqrt{|a|}}{2}$ – o infrafixo com elemento de ligação delimitando a palavra $\sqrt{|a|}$, onde, por sua vez, o circunfixo $\sqrt{\quad}$ delimita a palavra $|a|$; logo, lê-se "*a metade da raiz quadrada do módulo de uma constante real desconhecida*".

Por fim, considerando expressões parassintéticas, não pontuadas, contendo qualquer tipo de afixo, linear e não linear, são obedecidos os critérios de leituras dos afixos discutidos anteriormente. Seguem alguns exemplos:

a) $\sqrt{a^3}$, lida como "a raiz quadrada do cubo de uma constante real desconhecida" – "circunfixo – sufixo – radical" dada a abrangência de delimitação do circunfixo;

b) $|x|^3$, lida como "o cubo do módulo de uma variável real" – "sufixo – circunfixo – radical", dada a linearidade do sufixo;

c) $\frac{n!}{2}$, lida como "a metade do fatorial de uma constante (inteira) desconhecida" – "infrafixo – sufixo – radical", dada a abrangência de delimitação do infrafixo;

d) $-\frac{|a^2|}{3}$, lida como "o simétrico da terça parte do módulo do quadrado de uma constante real desconhecida" – "prefixo – infrafixo – circunfixo – sufixo – radical", dada a linearidade do prefixo, seguida da abrangência de delimitação dos afixos não lineares;

e) $\frac{-|a^2|}{3}$, lida como "a terça parte do simétrico do módulo do quadrado de uma constante real desconhecida" – "infrafixo – prefixo – circunfixo – sufixo – radical", dada a abrangência de delimitação do infrafixo, seguida da linearidade do prefixo e da abrangência de delimitação do circunfixo;

f) $\frac{|-a^2|}{3}$, lida como "a terça parte do módulo do simétrico do quadrado de uma constante real desconhecida" – "infrafixo – circunfixo – prefixo – sufixo – radical", dada a abrangência de delimitação dos afixos não lineares, seguida da ordem dos afixos lineares distintos;

g) $\overline{z^3}$, lida como "o conjugado do cubo de um número complexo" – "suprafixo – sufixo – radical", dada a abrangência de delimitação do suprafixo;

Em resumo, para ler uma expressão algébrica, formada por afixação, é necessário analisá-la, observando-se as prioridades determinadas pela linearização dos afixos, pela abrangência de delimitação dos afixos não lineares e por uma pontuação (caso exista).

Considerações Finais

Observa-se que, habitualmente, expressões matemáticas são lidas percorrendo símbolo por símbolo, muitas das vezes sem fazer distinção entre expressões "parecidas", lendo ambas x^2 e x_2 como "xis dois", por exemplo, sem identificar seus respectivos significados. Este texto destaca características gramaticais da linguagem matemática, especialmente a formação de palavras e expressões, a fim de permitir uma leitura mais apropriada de expressões matemáticas, levando a uma melhor compreensão do que é lido. Com esse conhecimento, faz-se a distinção entre "o quadrado de uma variável real" (expresso por x^2) e "o segundo elemento de uma sequência de variáveis reais" (expresso por x_2) ou ainda da ordem em que as operações envolvidas na expressão devem ser realizadas, ainda que expressões distintas sejam equivalentes (isto é, resultem em um mesmo valor) como, por exemplo, $-\frac{|a^2|}{3}$ e $\frac{-|a^2|}{3}$.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em agosto de 2025.

CUNHA, Celso; CINTRA, Lindley. **Nova gramática do português contemporâneo.** 7. ed. Rio de Janeiro: Lexikon, 2017. 800 p. reimpr. Disponível em <https://ia804601.us.archive.org/34/items/NovaGramticaDoPortugusContemporneo/Nova%20gram%C3%A1tica%20do%20portugu%C3%AAs%20contempor%C3%A2neo%20.pdf>. Acesso em agosto de 2025.

CUNHA, Sueli; VELASCO, J. **Introdução à Gramática da Linguagem Matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2019. 176 p.

DIALETO. In Dicionário Caldas Aulete (Aulete Digital). 2025. Disponível em <https://www.aulete.com.br/dialeto>. Acesso em agosto de 2025

FADIN, Cristiana.; TORTOLA, Emerson (Orientador). **Modelagem Matemática e Pensamento Algébrico:** orientações para professores do Ensino Fundamental. 2021. 60p. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica do Paraná, Londrina, 2021. Disponível em <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/24951/2/modelagemmatematicapensamentoalgebrico_produto.pdf>. Acesso em agosto de 2025.

JUNKER, Sara Karolyne Oliveira. **Passagem da Aritmética para a Álgebra:** Pensamento Algébrico e Linguagem Matemática. 2024. 44 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024. Disponível em <https://catalogo-redesirius.uerj.br/TerminalWeb/VisualizadorPdf?codigoArquivo=23150&tipoMidia=0>. Acesso em agosto de 2025.

PALAVRA. In Dicio (Dicionário Online de Português), 2025. Disponível em https://www.dicio.com.br/palavra/. Acesso em agosto de 2025.

THOMÉ, Matheus dos Santos. **Pontuação em Linguagem Matemática.** 2020. 54 p. Dissertação (PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020. Disponível em <https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5766&id2=170470576>. Acesso em agosto de 2025.