INFINITÉSIMOS NA MATEMÁTICA ESCOLAR: UMA ANÁLISE DA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FUTUROS PROFESSORES

Marcelo Eduardo Pereira[1] • Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro[2] • Prof.ª Dr.ª Hélia Oliveira[3]

Resumo: Indícios de oportunidades de aprendizagem profissional de futuros professores de Matemática são o objeto desse estudo, realizado em uma comunidade de prática constituída no contexto de uma disciplina de Análise Real. O estudo concentra-se em identificar e descrever tais oportunidades a partir da vivência dos futuros professores em uma Tarefa de Aprendizagem Profissional, buscando responder à questão: Como as negociações de significados realizadas por futuros professores em uma comunidade de prática oportunizam aprendizagens profissionais acerca da relação entre a Análise Real e a Matemática escolar? A análise dos dados concentra-se em uma vinheta construída a partir da Tarefa de Aprendizagem Profissional. Os resultados mostram que a participação nessa comunidade de prática promoveu a negociação de significados, favorecendo a discussão e reflexão de aspectos matemáticos e didáticos.

Palavras-chave: Comunidades de prática; Formação inicial de professores de Matemática; Oportunidades de aprendizagem profissional.

1. Introdução

O distanciamento entre as matemáticas acadêmica e escolar, cenário desse estudo, nos remete à ideia de *Dupla Descontinuidade* (Klein, 1932): a primeira, na transição da Matemática escolar para a acadêmica e a segunda, no retorno ao ensino básico, quando a Matemática acadêmica parece não dialogar com a escolar. Tal cenário nos sugere a necessidade de uma formação inicial que parta da prática escolar.

Wasserman et al. (2016) propõem um modelo que ressignifica o conhecimento acadêmico a fim de orientar o ensino escolar, permitindo que a Licenciatura em Matemática possa contribuir com uma formação didático-pedagógica. Um conceito central desse modelo é o de *Práticas Matemáticas Pedagógicas* (PMP): práticas matemáticas que podem informar ações pedagógicas.

Nessa perspectiva de uma formação mediada por práticas, o presente estudo situa a aprendizagem profissional como fenômeno social, que emerge da participação em comunidades de prática (Wenger, 1998), e dentro de uma concepção formativa que

[1] Universidade Federal do ABC; marcelo.eduardo@ufabc.edu.br.
[2] Universidade Federal do ABC; alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br.
[3] UIDEF, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa; hmoliveira@ie.ulisboa.pt.

valoriza a colaboração (Fiorentini; Oliveira, 2013) e a análise colaborativa de situações reais da prática docente (Ball; Cohen, 1999). Assim, buscamos identificar oportunidades de aprendizagem profissional de futuros professores de Matemática, em uma comunidade de prática constituída no contexto de um curso de Licenciatura em Matemática, tendo como foco a seguinte questão: "*Como as negociações de significados realizadas por futuros professores em uma comunidade de prática oportunizam aprendizagens profissionais acerca da relação entre a Análise Real e a Matemática escolar?*".

2. Referencial teórico

A aprendizagem profissional é aqui entendida como um processo de participação em práticas sociais (Wenger, 1998), por meio da negociação de significados, visão que converge com a proposta de Crecci e Fiorentini (2018), que concebem *Comunidades de Aprendizagem Docente* como espaços de desenvolvimento profissional sustentados pela problematização coletiva da prática docente.

A centralidade da prática em Wenger (1998) e Crecci e Fiorentini (2018) dialoga com Ball e Cohen (1999) e Jesus et al. (2020), que argumentam que a aprendizagem profissional deve se apoiar na prática, por meio da análise de registros autênticos, como produções de estudantes ou transcrições de aulas.

A fim de operacionalizar essa abordagem, adotamos o modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020), que estrutura discussões didáticas e matemáticas a partir de situações reais e inserimos o modelo de Wasserman et al. (2016, 2022), com vistas a articular Análise Real e Matemática do Ensino Médio partindo de situações da Matemática escolar, passando pela ressignificação de objetos da Análise Real e, por fim, retornando à Matemática escolar, agora informada por *Práticas Matemáticas Pedagógicas* (PMPs), entendidas como formas de ação que mobilizam práticas matemáticas acadêmicas no contexto escolar. No Quadro 1, apresentamos uma lista de nove PMPs extraídas de Wasserman et al. (2022) e Wasserman (2023).

Quadro 1: Práticas Matemáticas Pedagógicas

Prática	Descrição
PMP.1 Reconhecer e Revisitar Suposições e Restrições ou Limitações Matemáticas	Explicitar premissas e limitações de conceitos, adaptando-as ao nível dos estudantes.

PMP.2 Considerar e Usar Casos Especiais para Testar e Ilustrar Ideias Matemáticas	Escolher estrategicamente casos especiais para concretizar ideias abstratas, testar condições e evitar generalizações incorretas.
PMP.3 Expor a Lógica como Fundamento da Interpretação Matemática	Revelar a estrutura lógica subjacente aos conceitos e raciocínios matemáticos.
PMP.4 Usar Objetos Mais Simples para Estudar Objetos Mais Complexos	Modelar conceitos complexos com objetos mais simples.
PMP.5 Evitar Dar Regras sem as Explicações Matemáticas Correspondentes	Garantir que os estudantes compreendam as razões por trás das regras e algoritmos.
PMP.6 Buscar e Dar Múltiplas Explicações / Usar Múltiplas Abordagens	Explorar diversas explicações e abordagens para um mesmo problema.
PMP.7 Visualização Explícita	Identificar e utilizar representações visuais.
PMP.8 Exemplificação	Trabalhar com múltiplos exemplos.
PMP.9 Justificativa Informal	Utilizar analogias, intuições e ilustrações para justificar afirmações.

Fonte: Wasserman et al. (2022) e Wasserman (2023).

Os referenciais aqui adotados se integram na concepção das TAPs que visam mobilizar a negociação de significados sobre aspectos matemáticos e didáticos, em consonância com a perspectiva de que a aprendizagem profissional emerge da reflexão sobre desafios reais do ensino (Ball & Cohen, 1999; Jesus et al., 2020).

3. Procedimentos metodológicas

No âmbito uma disciplina de Análise Real com 18 futuros professores, em uma universidade brasileira foi conduzida a presente investigação. Três TAPs (1, 2 e 3) foram propostas com foco na aproximação entre a Análise Real e a Matemática do Ensino Médio e com o intuito de inserir os futuros professores em discussões matemáticas e didáticas que nos apontassem para indícios de oportunidades de aprendizagem profissional.

A busca por tais evidências se dá pela análise de uma vinheta (Skilling; Stylianides, 2023) construída a partir de dados oriundos da vivência desses futuros professores com a TAP-1. O recorte escolhido foca interações em que eles interpretam respostas que estudantes do Ensino Médio produziram ao vivenciar uma tarefa matemática, que designamos por Tarefa Matemática dos Estudantes (TME).

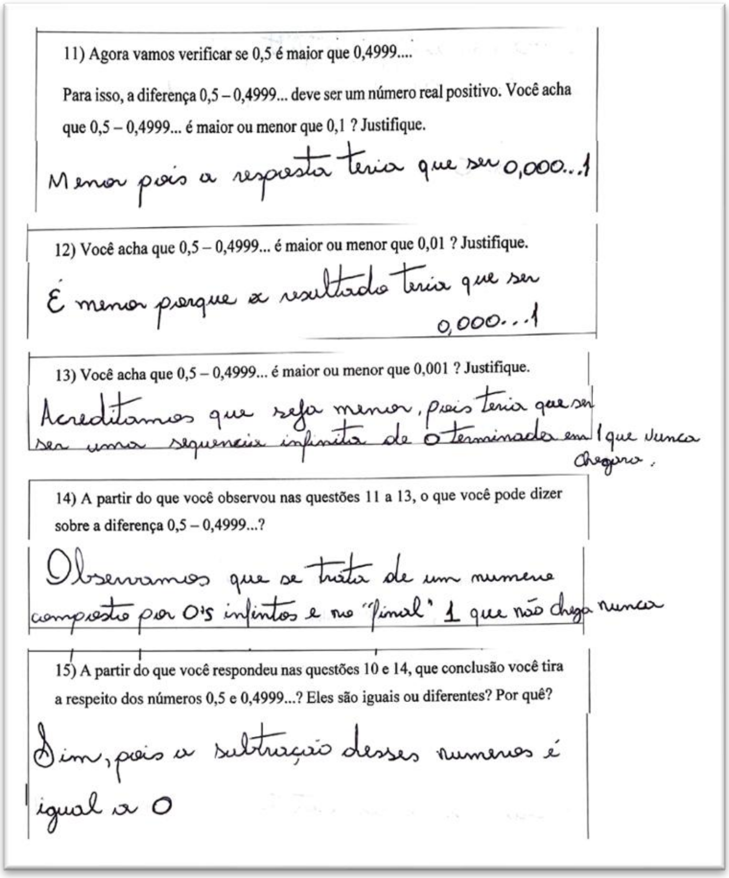
A TAP-1, assim como as demais, foi estruturada em quatro partes: (1) Tarefa Matemática dos Estudantes, (2) Antecipação das respostas dos estudantes, (3) Análise de respostas dos estudantes (registros de prática) e (4) Discussão plenária. Em cada uma dessas partes, os futuros professores: (i) discutem em pequenos grupos (2 a 4 participantes), (ii) registram suas respostas por escrito, produzindo protocolos escritos e, por fim, (iii) participam de uma discussão plenária.

Os dados que compõem a vinheta foram extraídos da terceira parte da TAP-1 nos três momentos (i, ii e iii). A escolha dos dados se deve à riqueza das interações observadas, das quais emergem diferentes compreensões matemáticas e didáticas. Em resumo, os dados considerados incluem: (1) transcrição das discussões em pequenos grupos durante a vivência da TAP-1; (2) produções escritas dos futuros professores (protocolos da tarefa); e (3) transcrição da discussão plenária.

Essas três fontes foram confrontadas e trianguladas com o objetivo de identificar **evidências de aprendizagem profissional** emergentes nas interações dos futuros professores.

Na TAP-1, os futuros professores discutiram respostas de estudantes do Ensino Médio para as questões 11 a 15 (figura 2) da Tarefa Matemática dos Estudantes (TME-1).

Para a análise dos dados adotamos uma construção combinada de categorias: subcategorias fundamentadas teoricamente (abordagem dedutiva) foram refinadas conforme a análise dos dados (abordagem indutiva), o que nos permitiu elaborar um sistema categorial centrado na negociação de significados, composto por três subcategorias analíticas, descritas a seguir.



11) Agora vamos verificar se 0,5 é maior que 0,4999....

Para isso, a diferença 0,5 – 0,4999... deve ser um número real positivo. Você acha que 0,5 – 0,4999... é maior ou menor que 0,1 ? Justifique.

Menor pois a resposta teria que ser 0,000...1

12) Você acha que 0,5 – 0,4999... é maior ou menor que 0,01 ? Justifique.

É menor porque o resultado teria que ser 0,000...1

13) Você acha que 0,5 – 0,4999... é maior ou menor que 0,001 ? Justifique.

Acreditamos que seja menor, pois teria que ser ser uma sequencia infinita de 0 terminada em 1 que nunca chegara.

14) A partir do que você observou nas questões 11 a 13, o que você pode dizer sobre a diferença 0,5 – 0,4999...?

Observamos que se trata de um numero composto por 0's infintos e no "final" 1 que não chega nunca

15) A partir do que você respondeu nas questões 10 e 14, que conclusão você tira a respeito dos números 0,5 e 0,4999...? Eles são iguais ou diferentes? Por quê?

Sim, pois a subtração desses numeros é igual a 0

Figura 2: Respostas dos estudantes do Ensino Médio na TME-1.

Para realizar a análise compusemos a vinheta a seguir (Skilling; Stylianides, 2023) a partir de três fontes de dados: discussões em pequenos grupos, protocolos escritos e participação na plenária.

Vinheta analítica "O 1 que nunca chega"

Objetivo: Analisar como futuros professores interpretam as respostas dos estudantes quando estes lidam com a diferença entre 0,4999... e 0,5.

Contextualização: Momento da TAP-1 em que um grupo de futuros professores analisa registros da prática de estudantes.

A cena: Os futuros professores, na 3ª parte da TAP-1 (questão ii), avaliam respostas de um grupo de estudantes para questões envolvendo a igualdade, ou não, dos números 0,4999...e 0,5.

Discussão no pequeno grupo (futuros professores)

(1)[4] Juliana: *A gente sabe essa ideia porque a gente foca muito na ideia do infinito. A gente aprende sobre o infinito e eles, não. Então, é uma coisa muito abstrata na*

[4] Optamos por enumerar as falas e registros escritos visando facilitar a leitura dos resultados que trazemos na próxima seção.

cabeça deles. Esse tipo de nomenclatura de falar “Ah, que nunca chega” é como os professores apresentam pro pessoal de Ensino Médio, a maioria.
(2) Lucas: *É a linguagem deles, né?*
(3) Juliana: *É, uma linguagem meio informal que não foca muito no “olha, o infinito é isso”. Porque o infinito é bem abstrato, até pra gente. Só que a gente consegue formalizar mais sobre o que é. A gente tem mais estudos sobre isso. Eles, não.*
(4) Lucas: *Porque eles colocam 0,0000 aí três pontos, um. Mas, então, para eles ainda vai ter uma diferença...é a forma como eu estou interpretando. Eles acham que é menor, mas para eles ainda tem diferença. Aí, pra mim, fica ambíguo. Porque, por exemplo, você vai ter infinitos zeros e o um, que nunca chega.*
(5) Juliana: *Como assim, nunca chega? Não, é 0,00 infinito, um no final. Uma coisa que tem final não tem como ser infinito. Porque, se é infinito, como você vai colocar um último número?*

Protocolo escrito[5] (futuros professores)

(6)

a) Explique o raciocínio utilizado pelo grupo ao responder as questões 11, 12 e 13.
Eles associam a subtração de 0,5 e 0,49 com a subtração de 0,5 e $0,4\overline{9}$. Assim, com esta associação, há a desconfiança que possui um 1 no “final”.

(7)

b) Você acredita que esse grupo percebeu que a diferença 0,5 – 0,4999... é menor que qualquer número real, por menor que ele seja? Por quê?
Sim, pois ao falar que há infinitos zeros e um 1 que nunca chega, por nunca "chegar" este 1, eles compreendem que a diferença é zero.

(8)

c) O que você perguntaria aos estudantes desse grupo?
Se a diferença é 0,00...1 e há infinitos zeros, em que momento eu chego no 1? Eu chego no 1?

(9)

d) Você identifica equívocos ou erros nas respostas das questões 14 e 15? Que intervenções você faria?
Há erros de linguagem matemática, mas a ideia e as concepções estão de acordo com o esperado.

Participação dos futuros professores na discussão plenária

(10) Lucas*: Tem toda uma questão de linguagem também. Símbolos, por exemplo, tem uma parte que fica meio ambígua. Eu, pelo menos tive um pouco de dificuldade de entender, se eles realmente não entenderam que os números são iguais ou se eles só não representaram isso. Porque, por exemplo, eles colocam “é menor porque teria que ser 0,0 reticências 1”. Essas reticências significam o que? Significa que isso vai ser infinito e o 1 no final? Aí depois eles colocam “o 1 que nunca chega”. Então significa, se o 1 nunca chega, então quer dizer que parece que eles entenderam.*
(11) Ingryd*: Eu acho que esse 1 que eles colocaram foi porque eles fizeram uma associação com um número que é finito: seria o 0,49. Então, independente de quantos 9s eu coloco, se é 0,5 menos 0,49 ou 0,499, eles sempre observam que vai ser o 0,0 pra variar com a quantidade de 9s e vai ter sempre o 1 no final. Então eu acho que por conta de ter infinitos 9s eles queriam associar que no final sempre vai ser o 1 por conta do que eles associaram com uma coisa finita e por isso eles sempre vão colocar o 1 no final. Aí depois eles percebem que por conta de ser infinito não vai ser a mesma coisa.*

Esta vinheta constitui a base sobre a qual se desenvolve a análise realizada, cujos resultados são apresentados na seção seguinte.

4. Resultados da Pesquisa

[5] Em alguns países, dentre eles o Brasil, adota-se a notação $0,4\overline{9}$ para representar o número $0,4999 \ldots$.

Compreendendo as respostas dos estudantes: discussões no pequeno grupo

A fala (1) de Juliana evidencia o distanciamento entre a Matemática acadêmica e a escolar, ao comparar o conceito de infinito na Análise Real com a visão dos estudantes. Ainda que implicitamente, ela remete à *Dupla Descontinuidade* (Klein, 1932). Ao atribuir a fala “Ah, que nunca chega” à linguagem mobilizada pelos professores do Ensino Médio, ela assume a imprecisão da linguagem matemática no contexto escolar. Em (3), Juliana destaca que a principal diferença entre estudantes e futuros professores está no domínio da linguagem formal e em (5) busca articular essa informalidade com o rigor da Análise Real, alinhando-se à PMP.1 (Reconhecer e Revisitar Suposições e Restrições ou Limitações Matemáticas). Sua fala revela uma tentativa de construir sentido com base nas respostas dos estudantes, reconhecendo seus limites e possibilidades.

Por seu lado, Lucas complementa essa leitura ao afirmar: “*Eles colocam 0,0000 aí três pontos, um. Mas, então, para eles ainda vai ter uma diferença... é a forma como eu estou interpretando*.” A hesitação nas reticências e a referência à própria interpretação (“*é a forma como eu estou interpretando*”) indicam que ele vê a resposta como algo a ser compreendido, o que sinaliza para a PMP.3 (Expor a Lógica como Fundamento da Interpretação Matemática), visto que busca compreender o que foi mobilizado pelo estudante para construir tal raciocínio. Ao dizer que a escrita “*fica ambígua*”, Lucas não rejeita o raciocínio dos estudantes; pelo contrário, mantém a ambiguidade em aberto e tenta analisá-la, o que demonstra uma prática de atribuição de sentido não centrada na avaliação, mas próxima à análise da prática orientada pela interpretação (Ball & Cohen, 1999).

Analisando a coerência das respostas: protocolo escrito dos futuros professores

Ao passar para o registro escrito, o grupo afirma, em (6): “Eles associam a subtração de 0,5 e 0,49 com a subtração de 0,5 e 0,49...”, evidenciando que buscam interpretar uma analogia feita pelos estudantes entre decimais exatos e dízimas periódicas. Essa tentativa de conferir coerência ao raciocínio dos estudantes ilustra a PMP.9 (Justificativa informal). Ao escrever que “há a desconfiança que possui um 1 no ‘final’”, sugerem que os estudantes percebem uma diferença residual entre os dois números.

A frase “o 1 que nunca chega”, retomada no protocolo (7), parece apontar para uma compreensão de que essa diferença seria zero, interpretação não sustentada pelas demais respostas dos estudantes. Ainda assim, a tentativa de organizar o pensamento dos estudantes revela um esforço em ajustá-lo a uma estrutura lógica. Embora não estejam ensinando, a análise do raciocínio informal expressa preocupação com os fundamentos conceituais, em sintonia com a PMP.5 (Evitar dar regras sem as explicações matemáticas correspondentes).

Reformulando interpretações na discussão plenária

Nesse momento, os futuros professores retomam coletivamente as interpretações construídas no pequeno grupo e no protocolo escrito. Lucas pergunta, em (10): “*Essas reticências significam o quê? Significa que isso vai ser infinito e o 1 no final? Aí depois eles colocam ‘o 1 que nunca chega’. Então significa, se o 1 nunca chega, então quer dizer que parece que eles entenderam*.” A sua fala evidencia um processo de reconstrução de sentidos, no qual questiona a ambiguidade da resposta.

A alternância entre perguntas, suposições e afirmações revela um raciocínio em andamento, em que ele testa formas de compreender a expressão “*o 1 que nunca chega*”. Ao finalizar com “*parece que eles entenderam*”, Lucas ainda demonstra incerteza, marcada pelo “*parece*”, que mostra disposição em lidar com a dúvida, indicando valorização das tentativas dos estudantes.

Ao compartilhar sua interpretação com toda a turma, Lucas transforma a dúvida em objeto coletivo de reflexão. A interpretação individual passa a ser compartilhada, abrindo espaço para outras visões. Dessa forma, os futuros professores aprendem juntos a discutir uma tarefa, em uma reflexão compartilhada onde erro e hesitação se tornam objetos de aprendizagem profissional. A análise das respostas dos estudantes nesse contexto leva os futuros professores a reverem seus próprios modos de pensar, a revisar o que conhecem e como mobilizam esse conhecimento.

A futura professora Ingryd complementa dizendo, em (11), que os estudantes "*fizeram uma associação com um número que é finito: seria o 0,49*", sugerindo que eles podem ter generalizado uma lógica finita comum no Ensino Médio, associando a subtração entre decimais à ideia de um "*1 no final*". Essa tentativa de explicação parte da resposta dos estudantes, buscando atribuir-lhe algum sentido. Ao fazer isso, Ingryd não apenas interpreta a resposta: ela a reformula, relacionando elementos escolares e acadêmicos.

Essa análise, embora não caracterize uma justificação matemática formal, utiliza exemplos e intuições dos estudantes para interpretar e dar sentido a uma afirmação, indo ao encontro da PMP. 9 (Justificativa Informal).

A alternância de Lucas entre perguntas e suposições, e a contribuição de Ingryd com uma leitura que associa a dificuldade a uma generalização indevida, exemplificam a busca por diferentes abordagens, ainda que mobilizadas para compreender a resposta dos estudantes e não especificamente em uma prática de ensino. Dessa forma, interpretamos tais ações como alinhadas à PMP.6 (Buscar e Dar Múltiplas Explicações/Múltiplas Abordagens), por evidenciarem um processo coletivo de reconstrução de sentidos.

Encerradas as análises individuais de cada fonte de dados, passamos agora a uma discussão que busca integrar esses elementos.

5. Considerações Finais

A análise da vinheta mostra que os futuros professores, ao interpretarem respostas de estudantes sobre a igualdade entre 0,5 e 0,4999..., mobilizaram ações que revelam processos de aprendizagem profissional acerca da articulação entre a Análise Real e a Matemática escolar.

No pequeno grupo, a discussão sobre os infinitésimos manifestou-se em uma atitude de suspensão de julgamento e de escuta aberta que já sinalizava para uma aprendizagem profissional, ainda que incipiente, no sentido de tratar as respostas dos estudantes como objetos de reflexão e não de correção.

No protocolo escrito, os futuros professores aprofundaram a negociação ao estruturar a leitura da estratégia dos estudantes. Identificaram a associação entre subtrações com decimais exatos e com dízimas periódicas, o que poderia levar à ideia de que há um 1 ao final. Esse esforço em atribuir coerência ao raciocínio dos estudantes sinaliza uma articulação entre o conhecimento acadêmico e concepções escolares sobre infinitesimais, em consonância com Wasserman et al. (2016).

Na plenária, a negociação assume um caráter coletivo de reconstrução de significados (Wenger, 1998) em que conceitos da Análise Real foram confrontados com as respostas dos estudantes. Lucas destacou a tensão entre informalidade e rigor acadêmico, enquanto Ingryd associou o raciocínio dos estudantes a uma generalização indevida.

Entendemos essas interações como indícios de oportunidade de aprendizagem profissional à medida que mobilizam registros autênticos da prática e promovem a reconstrução coletiva de sentidos. Ao articular aspectos didáticos e matemáticos os futuros professores vivenciam práticas formativas como as descritas por Crecci e Fiorentini (2018).

A vinheta mostra que a escuta atenta às representações dos estudantes se fortalece quando os futuros professores adotam uma postura investigativa, tratando respostas informais como oportunidades de aprofundamento. Essa atitude converge com Ferreira et al. (2023), que destacam o potencial formativo das TAPs ao favorecerem aprendizagens profissionais por meio da participação coletiva, da interação e da abertura à incerteza.

Em síntese, nossos resultados se alinham a estudos que discutem o ensino e a aprendizagem de conceitos fundamentais da Matemática acadêmica com vistas às práticas docentes no contexto escolar (Fonseca; Henriques, 2020; Jardim; Ribeiro; Aguiar, 2023; Wasserman *et al.*, 2022).

Finalmente, assim como Jesus et al. (2020) afirmam que uma comunidade de prática, no contexto da formação de professores, pode se constituir em um cenário favorável às aprendizagens profissionais, nossos resultados reforçam a relevância da comunidade de prática na formação de futuros professores de Matemática.

A vinheta revelou como os futuros professores mobilizaram e ressignificaram conhecimentos acadêmicos e escolares e mostrou que a participação em uma comunidade de prática, mediada por TAPs e registros de prática, favoreceu a negociação de significados em torno de um objeto matemático abstrato como os infinitésimos. Nas interações discursivas (Ribeiro; Ponte, 2020), ao se problematizar a linguagem dos estudantes e se promover a reconstrução coletiva de conceitos, evidenciam-se aprendizagens profissionais.

Os resultados mostram que a vivência com TAPs, articulando as matemáticas escolar e acadêmica por meio de registros da prática, permite transitar entre "construir a partir da prática" e "retornar à prática" (Wasserman *et al.*, 2016), contribuindo para enfrentar a *Dupla Descontinuidade* (Klein, 1932). Ao integrar *Práticas Matemáticas Pedagógicas*, essa abordagem promove uma aprendizagem profissional situada e reflexiva, que visa amenizar os efeitos dessa descontinuidade.

Referências

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing Practice, Developing Practitioners Toward a Practice-Based Theory of Professional Education. **Teaching as the Learning Profession: Handbook of Policy and Practice**. [*S. l.*]: Sykes e L. Darling-Hammond, 1999. p. 3–32.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional em comunidades de aprendizagem docente. **Educação em Revista**, [*S. l.*], v. 34, n. 0, 18 jan. 2018.

FERREIRA, M. C. N. *et al.* TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, [*S. l.*], v. 26, n. 2, p. 176–200, 16 ago. 2023.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. D. C. C. D. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 27, n. 47, p. 917–938, dez. 2013.

FONSECA, V. G. D.; HENRIQUES, A. C. C. B. Learning with Understanding the Continuity Concept: A Teaching Experiment with Brazilian Pre-service Mathematics Teachers. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, [*S. l.*], v. 15, n. 3, p. em0606, 6 ago. 2020.

JARDIM, V. B. F.; RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M. O uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional para o ensino da estrutura algébrica de Grupos na Licenciatura em Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 16, n. 42, p. 1–21, 28 maio 2023.

JESUS, C. C. D.; CYRINO, M. C. D. C. T.; OLIVEIRA, H. M. D. Mathematics teachers' learning on Exploratory Teaching: analysis of a Multimedia Case in a Community of Practice. **Acta Scientiae**, [*S. l.*], v. 22, n. 1, p. 112–133, 20 mar. 2020.

KLEIN, F. **Elementary mathematics from an advanced standpoint**. [*S. l.*]: Springer, 1932. v. I: Arithmetic, algebra, analysis, .

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. D. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetike**, [*S. l.*], v. 28, p. e020027, 4 dez. 2020.

SKILLING, K.; STYLIANIDES, G. J. Using vignettes to investigate mathematics teachers' beliefs for promoting cognitive engagement in secondary mathematics classroom practice. **ZDM – Mathematics Education**, [*S. l.*], v. 55, n. 2, p. 477–490, mar. 2023.

WASSERMAN, N. H. Investigating a teacher-perspective on pedagogical mathematical practices: possibilities for using mathematical practice to develop pedagogy in mathematical coursework. **ZDM – Mathematics Education**, [*S. l.*], v. 55, n. 4, p. 807–821, ago. 2023.

WASSERMAN, N. H. *et al.* Making Real Analysis Relevant to Secondary Teachers: Building Up from and Stepping Down to Practice. **PRIMUS**, [*S. l.*], v. 27, n. 6, p. 559–578, 2016.

WASSERMAN, N. H. *et al.* **Understanding Analysis and its Connections to Secondary Mathematics Teaching**. Cham: Springer International Publishing, 2022.

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity**. 1. ed. [*S. l.*]: Cambridge University Press, 1998.