A GENERALIZAÇÃO FACTUAL EM UMA TAREFA SOBRE PADRÕES EM SEQUÊNCIA À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

Henrique Alexandre da Silva[1] • Lilia Silva Santos[2] • Jadilson Ramos de Almeida[3]

Eixo 4 – Práticas de Ensino da Matemática

Resumo: Este estudo investiga a manifestação dos estratos da generalização algébrica em uma atividade sobre padrões sequenciais, fundamentando-se na Teoria da Objetivação de Luis Radford. O objetivo da pesquisa foi evidenciar os indícios da generalização algébrica no contexto de uma tarefa sobre padrões em sequências. A metodologia adotou uma abordagem qualitativa, envolvendo dois alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sendo que um deles possuía mucopolissacaridose, o que exigiu uma adaptação cuidadosa da tarefa. Esta utilizou o universo do futebol como tema para engajar os participantes, com questionamentos de complexidade crescente para estimular a transição entre os diferentes estratos de generalização. A análise das interações entre estudantes e pesquisadores indicou indícios da generalização factual, observada na forma como os alunos progrediram na descoberta dos termos da sequência, partindo de um raciocínio aritmético recursivo para a articulação de uma regra geral em linguagem natural e confinada ao domínio numérico. Não foi possível observar indícios dos outros estratos da generalização algébrica.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Generalização Algébrica. Teoria da Objetivação.

1 Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que a unidade temática sobre Álgebra visa que o aluno desenvolva o pensamento algébrico. Este é fundamental "para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (Brasil, 2018, p.270). Para tal, se faz necessário identificar "regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleça leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos" (Brasil, 2018, p.270), permitindo que o estudante crie, interprete e transite "entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados" (Brasil, 2018, p.270). Devido a sua significância, a Álgebra deve ser inserida no currículo educacional desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e prosseguir para as outras etapas do ensino.

[1] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Mestrando • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • henrique.alexandres@ufpe.br • ORCID 0009-0007-7997-9547
[2] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Mestranda • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • lilia.ssantos@ufpe.br • ORCID 0000-0001-9155-1032
[3] Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) • Doutor • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • jadilson.almeida@ufrpe.br • ORCID 0000-0003-3707-4807

No campo da educação matemática, a transição do pensamento aritmético para o algébrico representa um marco fundamental no desenvolvimento dos estudantes. A passagem do pensamento aritmético para o algébrico não é uma mera continuidade ou uma aritmética generalizada. Representa, em muitos momentos, uma ruptura epistemológica, em que o aluno deve pensar de forma analítica, considerando as quantidades que são indeterminadas como se as conhecesse (Radford, 2021a).

O pensamento algébrico a partir da perspectiva histórico-cultural de Luis Radford (2021), em oposição às concepções tradicionais que frequentemente equiparam a álgebra à manipulação de símbolos, oferece uma compreensão contextualizada, na qual, o simbolismo alfanumérico não é condição para o trabalho com álgebra, podendo o pensamento algébrico se manifestar na linguagem natural, nos gestos e outros meios semióticos de objetivação[4].

O presente trabalho foi desenvolvido como proposta da disciplina de Tópicos em Educação Matemática 1 do curso de pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC/UFPE, sendo fundamento com os trabalhos e pesquisas do Grupo de Pesquisa em História, Epistemologia e Didática da Álgebra - AL-JABR, dentre eles, podemos apontar as contribuições de Almeida (2017), Silva e Almeida (2021) e Martins e Almeida (2024), em seus estudos sobre pensamento algébrico e Teoria da Objetivação.

Para desenvolver a análise desta pesquisa, examinou-se os três vetores interdependentes que, segundo Radford (2021a), caracterizam o pensamento algébrico: a *indeterminação*, a *denotação* e a *analiticidade*. Foi detalhado como a articulação dessas três condições redefine o que significa pensar algebricamente, deslocando o critério da simples presença de simbologia alfanumérica para a capacidade do aluno de operar dedutivamente com diferentes grandezas. Essa perspectiva permite uma distinção entre o pensamento algébrico e o raciocínio puramente aritmético, mesmo quando ambos são aplicados a problemas semelhantes. Para isso utilizou-se como critério da análise o atendimento a essas condições.

Radford (2021a) trabalha dois domínios matemáticos para ilustrar o pensamento algébrico, sendo eles: as equações e a generalização de padrões. No presente trabalho, é abordado a generalização de padrões de sequências numéricas, explorando os três estratos

[4] Meios semióticos de objetivação é tudo aquilo que surge na atividade, como a linguagem verbal, escrita, gestos, expressões, posturas, desenhos e demais artefatos que emergem na atividade.

de generalização expressos na Teoria da Objetivação (TO): a *factual*, *contextual* e *simbólica*. A análise desses vetores visa compreender a progressão do raciocínio do aluno, desde a expressão de uma generalidade por meio de casos particulares até o uso abstrato de signos e símbolos. Diante do exposto, esta pesquisa tem como objetivo evidenciar os indícios dos estratos da generalização algébrica no contexto de uma tarefa sobre padrões em sequências.

2 Pensamento algébrico na perspectiva da TO

Segundo Radford (2021a), a abordagem para compreender a natureza do pensamento algébrico é de cunho histórico-cultural. Isso significa que este "pensamento é visto em seu desenvolvimento contextual, como uma resposta a problemas específicos que emergiram em atividades socioculturais concretas" (Radford, 2021a, p.173). A perspectiva se diferencia de outras devido a essência do pensamento algébrico não residir apenas na natureza da grandeza "(ou seja, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina), mas também no tipo de raciocínio que é feito com grandezas" (Radford, 2021a, p.173).

A concepção proposta por Radford (2021a) não caracteriza o pensamento algébrico como uma aritmética generalizada. O autor considera a importância da relação entre o pensamento aritmético e o algébrico, mas afirma que não é possível utilizar a aritmética para explorar toda a álgebra, explicando que entre a passagem desses pensamentos acontece uma ruptura epistemológica, isso significa dizer que:

> "[..] é preciso pensar analiticamente. Ou seja, deve-se considerar as quantidades indeterminadas como se fossem algo conhecido [..] Do ponto de vista genético, esta maneira de pensar analiticamente – onde números desconhecidos são tratados da mesma forma que números conhecidos – distingue a aritmética da álgebra" (Radford. 2021a, p.176).

Dessa forma, três condições são consideradas necessárias e caracterizantes para que o aluno esteja pensando algebricamente, sendo a primeira relacionada aos objetos de raciocínio, a segunda estabelece a forma como os objetos são simbolizados e a terceira como raciocina sobre esses objetos. Assim, temos a seguinte caracterização dos vetores do pensamento algébrico segundo Radford (2021a, p.173):

> (1) Indeterminação de grandezas: o problema sobre o qual se raciocina implica grandezas não conhecidas ou não determinadas. Estes podem ser incógnitas, variáveis, parâmetros etc.
> (2) Denotação: as grandezas indeterminadas envolvidas no problema têm de ser nomeadas ou simbolizadas. Agora, esta simbolização pode ser realizada de várias maneiras. Signos alfanuméricos podem ser usados, mas não necessariamente.

> A denotação de quantidades indeterminadas também pode ser simbolizada por meio de linguagem natural, gestos, signos não convencionais, ou mesmo uma mistura deles.
> (3) Analiticidade: o raciocínio
> (α) inclui as grandezas determinadas e indeterminadas
> (β) opera dedutivamente

Essas formas vetoriais do pensamento algébrico implicam que o estudante passa a incluir em seu raciocínio tanto as grandezas determinadas como as indeterminadas, ou seja, estabelecem relações entre esses dois tipos de grandezas. Essa relação permite que o aluno trabalhe com grandezas desconhecidas como se fossem conhecidas, tornando possível realizar operações dedutivas entre elas (Radford, 2021a).

Radford (2021a) não considera que o simbolismo alfanumérico seja condição para o pensar algebricamente, isso quer dizer que, não necessariamente o aluno ao operar com uma equação do tipo “3x +1 = 7” ou “2x = 6” estaria pensando algebricamente, pois ele poderia responder esse tipo de equação substituindo a variável até encontrar um valor que a satisfaça.

Radford (2021a) explica que esse tipo de resolução por tentativa e erro, satisfaz o primeiro e segundo vetor que caracteriza o pensamento algébrico, a *indeterminação* e *denotação*, mas não atende ao vetor da *analiticidade*, condição necessária que considera a importância de operar dedutivamente sobre determinada grandeza. Assim, como é necessário que o aluno atenda aos três vetores interdependentes, aquele que resolve a equação por tentativa e erro, embora esteja diante de um simbolismo alfanumérico, está pensando de forma aritmética e não algébrica, considerando que “O uso de letras não é exclusivo do pensamento algébrico. Historicamente falando, o nascimento da álgebra não é o nascimento de seu simbolismo moderno” (p.173).

3 Os três estratos de Generalização Algébrica

Vimos que, algumas condições são necessárias para que aconteça o desenvolvimento do pensamento algébrico. Quando considera-se o saber matemático que envolve os padrões de sequências, o foco passa a ser a forma que os alunos chegam na generalização algébrica. Para entender como acontece esse processo, é preciso tornar perceptível os caminhos traçados pelos estudantes na suas resoluções. A maneira na qual faz-se essa observação é por meio de “Um estudo dos meios semióticos da objetivação utilizados pelos estudantes” (Radford, 2021a, p.181). Assim, são definidos três estratos da generalização algébrica, a primeira sendo a Factual, a segunda a Generalização Contextual e a terceira a Generalização Simbólica.

Na *Generalização Factual* o aluno não utiliza os signos alfanuméricos para expressar a generalização. As fórmulas que surgem aqui baseiam-se em números concretos, ou seja, as variáveis são expressas por algum de seus valores que já foi descoberto na sequência. “Este é o tipo factual de generalização, no sentido de que o geral se expressa através do singular” (Radford, 2021a, p.181). Os alunos conseguem identificar o padrão e utilizar dele para determinar qualquer caso particular (Radford, 2021a, p.181). “As generalizações factuais diferem de formas mais complexas de generalização (por exemplo, contextual e simbólica) porque seu nível de generalidade permanece confinado ao domínio numérico” (Sabena et al., 2005, p.130).

Na *Generalização Contextual* os estudantes utilizarão de índices contextuais para fundamentar seu raciocínio, termos demonstrativos como “linha de baixo, linha de cima, coluna da esquerda, ou coluna da direita” entre outros, “os índices contextuais [..] organizam implicitamente a fórmula; ao invés de números específicos, os índices contextuais são mencionados explicitamente são utilizados para chegar a uma complexidade diferente daquelas que vimos na generalização factual” (Radford, 2021a, p. 181).

Já na *Generalização Simbólica:*

> “as variáveis são expressas através de símbolos arbitrários (alfanuméricos, por exemplo, embora não necessariamente) [...] Por exemplo, o valor do termo geral pode ser expresso como “____ + ____ +1” ou “2× ____ +1 = ____ ”) ou 2n +1 Note que há uma grande diferença entre a primeira expressão e as outras duas. No primeiro, o primeiro signo “____” opera indexicalmente: aponta para a linha inferior e o segundo signo “____” aponta para a linha superior (é por isso que dizemos que opera indexicalmente). Nas outras duas, as linhas são abstraídas e o signo deixa de ser um índice ou index para ser um símbolo propriamente dito” (Radford, 2021a, p. 181).

4 Metodologia

A fim de caracterizar os indícios da generalização algébrica em uma tarefa sobre padrões de sequências numéricas para dois alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, foi realizado uma pesquisa de abordagem qualitativa, que traça um delineamento para elaboração da tarefa de acordo com três elementos apresentados por Radford (2021b, p.174, 175):

> “(1) As considerações gerais incluem: a. levar em conta o que os estudantes já sabem; e b. envolver, na medida do possível, o uso de artefatos (concretos, tecnológicos, etc.).
> (2) As considerações relativas aos problemas matemáticos indicam que eles devem: c. ser interessantes do ponto de vista dos alunos; d. oferecer aos alunos oportunidades de se envolverem com saberes matemáticos em níveis

> profundos de conceituação; e. ser organizados de acordo com uma unidade conceitual e contextual; e f. ter uma complexidade conceitual crescente.
> (3) As considerações sobre as formas específicas de colaboração humana incluem a organização da sala de aula de uma forma que venha: g. incentivar reflexões e críticas; e h. propiciar uma forte interação entre os alunos, e entre o professor e os alunos".

De acordo com a BNCC, a Álgebra deve ser trabalhada em todos os níveis de ensino da Educação Básica, de forma progressiva. Assim, considerou-se que os alunos já compreendiam "as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade" (Brasil, 2018, p.270).

Além disso, ressalta-se que o nível de dificuldade da sequência desenvolvida foi pensado para os dois alunos em questão, na qual um deles apresenta mucopolissacaridose, doença rara que afeta cerca de 8% de pessoas no mundo; apresenta "curso progressivo e crônico e compartilham vários aspectos, como [...] problemas cardíacos, pulmonares, ósseos e articulares; opacidade corneal; diminuição de audição" (Gondim et al., 2024, p.3), e "podem prejudicar o desempenho das atividades da vida diária [...]" (Gondim et al., 2024, p.3). O estudante apresentava muitas faltas na frequência escolar, por motivos de saúde e emocional; e ainda não era alfabetizado. Ele foi convidado a fazer parte da tarefa e realizou-se o convite para que um de seus colegas de turma se juntasse a ele; no qual seu amigo prontamente aceitou.

Assim, considerando os três elementos de Radford (2021b) para delineamento da tarefa, o que a BNCC aponta sobre o conhecimento progressivo da Álgebra no Ensino Fundamental e o perfil dos alunos, a tarefa proposta levou em consideração o gosto deles por futebol, sendo desenvolvida nesse contexto e fazendo uso de um cartaz contendo o início da sequência, bem como figurinhas individuais de torcedores para que os alunos realizassem contagem com elas, caso preferissem. Como um dos estudantes não era alfabetizado e apresentava baixa visão, optou-se que um dos pesquisadores realizasse a leitura pausadamente do problema (Quadro 1).

As variáveis utilizadas para a tarefa foram tempo por quantidade de torcedores, e os questionamentos apresentaram um nível crescente de dificuldade, solicitando os valores desconhecidos imediatos aos da sequência já apresentada, prosseguindo para um valor superior, e trazendo perguntas que os incentivassem a refletirem, discutirem e alcançassem a generalização. Para realização do momento, um dos pesquisadores desenvolveu a tarefa com os alunos enquanto outros dois observavam para fazer anotações e auxiliar, quando necessário.

Quadro 1 – Tarefa de padrão de sequências numéricas

Para melhorar a organização e evitar confusões em um jogo entre Sport e Santa Cruz na Arena Pernambuco, foi definido um esquema especial de entrada de torcedores. Na fila observada, entravam dois torcedores a cada minuto.
No 1º minuto, entraram 2 torcedores.
No 2º minuto, entraram 4 torcedores.
No 3º minuto, entraram 6 torcedores.
E assim por diante, sendo mantido este mesmo fluxo de entrada. Vejamos:

Diante deste contexto, responda aos seguintes questionamentos:
a) Quantos torcedores entraram no 5° minuto? E no 6° minuto?
b) Quantos torcedores entraram no 13° minuto?
c) Se você fosse explicar para alguém a quantidade de jogadores em qualquer minuto, como você faria?
d) Se você tivesse que escrever isso por meio de uma fórmula, como você determinaria a quantidade de torcedores que entraram por essa fila para qualquer minuto?

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Para realizar a análise tomou-se nota das expressões corporais, das falas, a comunicação entre a dupla e o pesquisador, entre outros elementos semióticos de objetivação que emergiram na atividade que permitissem buscar indícios da generalização algébrica, já que o objeto da tarefa foi pensar algebricamente sobre os padrões em sequências.

5 Resultados e análises

As transcrições dos momentos (Quadro 2, Quadro 3 e Quadro 4) de realização da tarefa com o Estudante 1 (E1), aluno com a mucopolissacaridose, o Estudante 2 (E2), e o diálogo com os Pesquisadores 1 e 2 (o pesquisador 3 ficou apenas na observação e tomando notas), foram analisadas visando evidenciar os indícios da generalização algébrica no contexto de uma tarefa sobre padrões em sequências.

Quadro 2 - Momento 1

Nº da fala	Transcrição	Comentários
L05	**Pesquisador 1:** Vai ter dez? E aí? O que é que tu acha? (Pergunta olhando para o E2)	E2 estava olhando atentamente e quando a pesquisadora pergunta diretamente o que ela acha, muda sua expressão corporal de retraído para confiante.

L06	**E2: (**Responde) Dez.	
L07	**Pesquisador 1:** E quando for no sexto minuto? Eita, perdão (O E1 estava concentrado olhando as figuras, então a pesquisadora deu uma pausa)	A pesquisadora faz a pergunta olhando para o E1.
L08	**E1:** Aqui é o terceiro, quarto (verbaliza e aponta para as figuras em cada minuto).	E1 parece refazer toda a contagem desde o primeiro minuto.
L09	**E2:** (Esteve observando a ação de E1) O quinto é dez.	E2 responde durante a observação de E1.
L10	**E1:** O quinto é dez (Confirma).	E1 dá uma pausa e responde.
L17	**Pesquisador 1:** E quando foi o sexto minuto?	Tanto E1 como E2, estão olhando atentamente para a Pesquisadora 1.
L18	**E1 e E2**: (simultaneamente) Doze.	Respondem imediatamente.
L19	**Pesquisador 1:** Por quê?	
L20 L21	**E1:** Um minuto (Gesticulando). **E2:** Acrescentar mais dois. **E1:** Mais duas pessoas (faz o sinal com os dedos).	E1 começa falar e E2 complementa, E2 concordo com a cabeça quando E1 explica que são mais duas pessoas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Nos momentos iniciais da tarefa, ao serem questionados sobre o 5º e 6º minutos, os alunos rapidamente identificaram na L21 que o padrão é "Acrescentar mais dois". Eles aplicam essa regra a um termo conhecido. Partindo do 4º minuto (8 torcedores) e somam 2, chegando a 10. Depois, partem de 10 e somam 2, chegando a 12. Este é um processo recursivo e aritmético, no entanto, observamos que nesse processo aditivo, E1 e E2 utilizam e identificam a regularidade de crescimento da sequência para achar o termo seguinte. A BNCC espera que os alunos identifiquem "regularidades e padrões de sequências numéricas" como parte do desenvolvimento do pensamento algébrico (Brasil, 2018, p.270). Ao verbalizar a regra "Acrescentar mais dois", eles não estão só calculando, mas também comentando sobre a estrutura da sequência.

Para evidenciar que a solução apresentada está no estrato da aritmética e não da álgebra, vamos olhar para os vetores do pensamento algébrico, categorizados por Radford (2021a) e ver se todos eles são atendidos ou não. Ao analisarmos o vetor da *denotação,* podemos ver que o mesmo é atendido, o padrão aqui é denotado pela linguagem natural por E2 na L21 "Acrescentar mais dois" e através dos gestos e da linguagem natural de E1 "mais duas pessoas" (faz o sinal de 2 com os dedos).

No vetor da *indeterminação* os alunos precisam pensar sobre grandezas desconhecidas. O problema exige que isso seja feito e inicialmente este vetor parece ser atendido, pois existe um senso de indeterminação. Eles estão diante de algo a ser descoberto, entretanto, vamos olhar para a solução apresentada e para o vetor da *analiticidade*, os valores para os minutos 5 e 6 são inicialmente desconhecidos, o problema exige que se opere sobre uma incógnita, porém E1 e E2 não tratam esses minutos como uma incógnita ou como um valor a ser descoberto, mas sim, como o próximo passo em uma contagem "somando mais dois", deste modo, não operam de forma dedutiva. Os mesmos não atendem a esses vetores, logo não estão no estrato do pensamento algébrico, mesmo utilizando da adição do padrão encontrado ao próximo termo da sequência.

Segundo Radford (2021a), esta solução é frequentemente a primeira relação que os estudantes percebem em uma sequência, entre um termo e o seu consecutivo. Este tipo de raciocínio é puramente aritmético: ele se concentra na operação local de adicionar uma constante e, embora seja um passo fundamental, ainda não constitui um pensamento algébrico, pois não estabelece uma relação funcional entre a posição do termo e seu valor. A generalização aqui é local e mesmo o aluno conhecendo o padrão de crescimento, permitindo encontrar o termo seguinte a partir do anterior, este processo mostra-se ineficiente para termos remotos, como é possível ser visualizado no Quadro 3.

Quadro 3 - Momento 2

Nº da fala	Transcrição	Comentários
L22	**Pesquisador 1:** É. E no minuto treze? Quantos torcedores teriam já no estádio?	Os alunos ficam pensativos após a pergunta da pesquisadora , E2 fica olhando para E1 e para cima repetida vezes.
L23	**E2:** Treze?	
L24	**Pesquisador 1:** Sim.	E2 muda sua posição corporal. Até então ele estava com as duas mãos embaixo da mesa, e nesse instante, levou uma das mãos a boca e levantou os olhos indicando que estava pensando. Enquanto E1 permanece olhando para o cartaz parecendo está contando com os dedos.
L25	**E1:** (Mexendo os dedos) No sexto minuto, doze pessoas. Dezesseis não é com trinta. Seis mais cinco. Vinte e quatro. Vinte e quatro (repete).	E1 verbaliza e faz a contagem com os dedos enquanto acena a cabeça.

L26	**E2:** Não. Se o cinco tempo...	E2 começa a tentar explicar para a pesquisadora 1 utilizando como exemplo o minuto 5, mas é interrompido por E1.
L27	**E1:** (Responde) Vinte e seis.	
L28	**E2:** Oh, presta atenção. Se o cinco tempo mais o cinco tempo, cinco tempo dá dez pessoas. Vinte aí mais três dá...	E2 ignora a resposta de E1 e tenta explicar como chegar na resposta enquanto gesticula cada etapa do seu pensamento.
L29	**E1:** É só fazer assim ... Seis mais seis.	E1 interrompe de novo e começa a explicar o seu pensamento.
L30 e L30A	**E2:** Vinte e dois, vinte e quatro, vinte e seis. **E1:** É, e então.	Interrompe a explicação de E1 e fala a resposta e logo em seguida E1 ergue os ombros enquanto responde como se a informação fosse óbvia, uma vez que já tinha respondido na L27.
L37	**Pesquisador 2:** Por que você acha que é vinte e seis?	
L38	**E1:** Porque se seis minutos entrou doze pessoas, mais seis minutos entra vinte e quatro. Então mais dois, vinte e seis. Quer dizer, mais um minuto, mais duas pessoas, que dá vinte e seis.	E1 começa a explicar como chegou à sua resposta, utilizando de exemplos da sequência que já tinha feito anteriormente.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Ao serem questionados sobre um termo distante na sequência (o 13º minuto), os alunos foram compelidos a abandonar a contagem termo a termo, pois esta se tornou ineficiente. A estratégia desenvolvida por um dos estudantes, articulada na linha L38: "Porque se seis minutos entrou doze pessoas, mais seis minutos entra vinte e quatro. Então mais dois, vinte e seis. Quer dizer, mais um minuto, mais duas pessoas, que dá vinte e seis", exemplifica o que Radford (2021a) descreve como uma generalização aritmética sofisticada, não sendo ainda uma generalização algébrica. O raciocínio parte de um termo conhecido (o 6º minuto) como uma unidade para desenvolver o caminho até o termo desejado, em vez de estabelecer uma relação funcional direta com a variável, não atendendo aos vetores do pensamento algébrico.

Logo, este procedimento não pode ser caracterizado como uma *Generalização Factual*, na qual o geral é expresso por meio do singular, utilizando-se de ações sobre números concretos para resolver um caso particular. A solução aqui é encontrada por meio de uma decomposição aritmética (13=6+6+1) em vez de tratar a grandeza indeterminada como se fosse conhecida para operar com ela. Por mais que os alunos estejam resolvendo um caso particular, a solução utilizada não é suficiente para responder a qualquer caso da sequência. Até então não temos indícios da generalização factual, vemos apenas uma forma bem criativa do pensamento aritmético. Poderemos ver o início de uma generalização nas linhas L159 até a L166 (Quadro 4).

Quadro 4 - Início da generalização

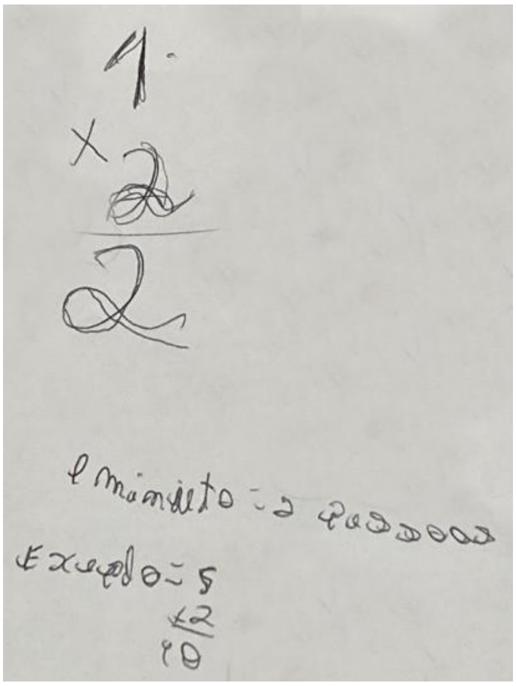
L159. Pesquisador 2: Vocês, se vocês fossem explicar pra mim ou para qualquer outra pessoa. Como é que vocês conseguiriam determinar qualquer minuto dessa fila? (apontando para os desenhos do cartaz) Vocês fariam o que?
L160. E1: Tipo assim. Pegava qualquer número e multiplicar ele por dois.
L161. Pesquisador 1: E esse número representa o que?
L162. E1: O tanto de minutos. Primeiro é um minuto. Cadê, me dá uma caneta? (pede a E2) Faz assim... (começa a escrever na folha).
L163. Pesquisador 1: Quer pegar o seu lápis?
L164. E1: Não.
L165. Pesquisador 2: Tem certeza?
L166. E1: Tipo um minuto. Aí a gente bota em cima que é pra multiplicar. E embaixo bota o tanto que é pra repetir. E pronto. Aí aqui embaixo você bota o resultado.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Ao solicitar um método para determinar a quantidade de torcedores em "qualquer minuto", a intenção foi levar os estudantes ao cálculo de termos específicos e articularem uma regra universal para a sequência. A resposta de E1, "Pegava qualquer número e multiplicar ele por dois" (L160), é um indício de uma regra geral expressa em linguagem natural e não alfanumérica. O uso da expressão "qualquer número" demonstra uma mudança de foco: em vez de operar sobre um número conhecido (como nos minutos 5, 6 ou 13), o estudante agora considera uma grandeza indeterminada, atendendo ao vetor da *indeterminação*. Ao ser questionado, E1 especifica que "esse número representa [...] O tanto de minutos" (L162), denotando a variável por meio da linguagem natural, o que satisfaz o vetor da *denotação*.

Um momento significativo para a análise ocorre na linha L166, onde o estudante explica como aplicaria sua regra: "Tipo um minuto. Aí a gente bota em cima que é pra multiplicar. E embaixo bota o tanto que é pra repetir. E pronto. Aí aqui embaixo você bota o resultado". Podemos ver a esquematização de pensamento na Figura 1 a seguir. Esta explicação é um exemplo que ele está operando de forma analítica e dedutivamente, atendendo assim, ao vetor da *analiticidade*.

Figura 1 - Explicação linha 166



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Esta esquematização (Figura 1) é um exemplo do que Radford (2021) define como generalização factual. Neste estrato de generalização, o geral é expresso por meio do singular. O estudante articula uma regra que funciona para "qualquer número", mas a explica utilizando um caso particular e concreto ("Tipo um minuto") como um exemplo arquetípico. A fórmula se baseia em ações sobre números concretos: A generalização de E1 não é expressa em uma notação simbólica como 2n, mas como uma série de ações a serem executadas sobre um número específico. Ele descreve um procedimento operacional que, embora aplicável a qualquer termo, permanece conceitualmente atrelado ao nível numérico concreto.

6 Considerações finais

A análise do que foi exposto nesta pesquisa, permitiu concluir que durante o desenvolvimento da tarefa com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre padrões de sequências numéricas, notou-se a mobilização de meios semióticos pelos alunos, como a presença da linguagem natural, gestos, expressões e notações, possibilitando perceber que dentre os estratos da generalização algébrica, ocorreram indícios apenas da generalização factual. Pois a forma de resolução apontada pelos alunos indicam valores que foram descobertos na resolução da progressão da sequência, baseando-se nos números concretos. Assim, de acordo com os requisitos apontados na

Teoria da Objetivação como necessários para notar a ocorrência da generalização contextual e simbólica, estas não foram alcançadas pelos alunos.

Conforme o que foi postulado por Luis Radford sobre os processos de objetivação, que estes são "os encontros com as formas históricas de pensamento matemático" (Radford, 2021b, p.56), ou em outras palavras são "processos progressivos para tal encontro [com os saberes, N.T] que são sensíveis e sensoriais, ideacionais e materiais, simbólicos e discursivos, afetivos e emocionais, críticos e subversivos, transformacionais e poéticos" (Radford, 2021b, p.56), vemos que os estudantes durante o processo desenvolvem formas sofisticadas pensar aritmeticamente e posteriormente atenderam nosso objetivo e conseguiram chegar ao estrato da generalização factual. Novos encontros podem possibilitar o desenvolvimento da generalização contextual e simbólica.

Referências

ALMEIDA, J. R. *Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico:* Um modelo para os problemas de partilha de quantidade. 2016. 200f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - UFRPE, Recife, 2016

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação é a Base. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

GONDIM, Cátia Sueli de Sousa Eufrazino et al. Avaliação da qualidade de vida através do 5Q-5D em pessoas com mucopolissacaridose. *Revista Eletrônica Acervo Saúde*, v.24, n.10, p. 1-9, oct. 2024. Disponível em: https://doi.org/10.25248/reas.e16694.2024. Acesso em: 21 jul. 2025.

MARTINS, L. W; ALMEIDA, J. R. A atividade semiótica de estudantes do Primeiro Segmento da Educação de Jovens e Adultos na simplificação de equações. *In*: NORONHA, Claudianny Amorim; GOBARA, Shirley Takeco; RADFORD, Luis (orgs.). *Teoria da Objetivação: pesquisas em educação matemática e em educação em ciências*. São Paulo: Livraria da Física, 2024.

RADFORD, Luis. O ensino-aprendizagem da Álgebra na Teoria da Objetivação. *In*: MORETTI, V.D.; RADFORD, L. *Pensamento algébrico nos anos iniciais*: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural. São Paulo: Livraria da Física, 2021a, p.171-195.

RADFORD, Luis. *Teoria da objetivação*: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021b.

SILVA, R. M; ALMEIDA, J. R. A Mobilização do Pensamento Algébrico de uma estudante concluinte dos anos iniciais do Ensino Fundamental. *In*: MORETTI, Vanessa Dias; RADFORD, Luis (orgs). *Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e* *complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural*. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

SABENA, Cristina; RADFORD, Luis; BARDINI, Caroline. Synchronizing gestures, words and actions in pattern generalizations. *In*: CHICK, H.L.; VINCENT, J.L. *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Melbourne: PME, 2005, p. 129-136.