

## VALIDAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA EM PLANILHA (VBA) DE UM MÉTODO DE CÁLCULO DE TENACIDADE DE UM CORPO DE PROVA POR SPLINE CÚBICA

### VALIDATION AND PRATICAL SPREADSHEET (VBA) IMPLEMENTATION OF A METHOD FOR CALCULATING SPECIMEN TOUGHNESS USING CUBIC SPLINE

**Autor:** Nelson Bertarello

#### RESUMO

Este trabalho apresenta a validação e implementação prática da metodologia de cálculo do módulo de tenacidade de um corpo de prova de poliamida através da interpolação por spline cúbica, proposta no trabalho de Bertarello (2024). Utilizando o ambiente de *Visual Basic for Applications* (VBA) integrado em planilhas eletrônicas, foi desenvolvida uma ferramenta automatizada para calcular a tenacidade a partir de dados experimentais de tensão-deformação. A ferramenta não só replica o método, como também o expande, incluindo funções de interpolação direta. Durante o processo de validação, utilizando os dados fornecidos pelo artigo original, foi identificada uma diferença de apenas 0,002% entre o valor de tenacidade reportado de 634.508,888 MPa e o valor calculado por método computacional, de 634.522,505 MPa. Este estudo, portanto, serve um triplo propósito: (1) confirmar a robustez do método de spline cúbica, (2) disponibilizar uma ferramenta acessível para a sua implementação e (3) confirmar o registro numérico do resultado de tenacidade para os dados em questão.

**Palavras-chave:** Módulo de Tenacidade, Spline Cúbica, VBA, Validação de Método.

#### ABSTRACT

This work presents the validation and practical implementation of the methodology for calculating the toughness modulus using cubic spline interpolation, as proposed by Bertarello (2024). An automated tool was developed using the Visual Basic for Applications (VBA) environment integrated into spreadsheets to calculate toughness from experimental stress-strain data. The tool not only replicates the method but also expands upon it by including direct interpolation functions. During the validation process, using the data from the original article, the tool yielded a toughness value of 634,522.505 MPa. This result is in excellent agreement with the original value of 634,508.888 MPa, showing a negligible difference of only 0.002%. This study, therefore, serves a three-fold purpose: (1) to rigorously confirm the robustness of the cubic spline method, (2) to provide an accessible tool for its implementation, and (3) to precisely validate the numerical record of the toughness result for the data in question.

**Keywords:** Toughness Modulus, Cubic Spline, VBA, Method Validation.

## 1. INTRODUÇÃO

O módulo de tenacidade ( $U_t$ ) é uma importante propriedade mecânica na engenharia de materiais, representando a energia total que um material pode absorver até a fratura. O seu cálculo preciso é fundamental para a seleção de materiais em aplicações de alta responsabilidade. O método padrão para determinar a tenacidade envolve o cálculo da área sob a curva tensão-deformação, obtida a partir de ensaios de tração. Como os dados experimentais são discretos, métodos de integração numérica são necessários. Abordagens comuns, como o ajuste de um polinômio de alta ordem, podem sofrer do Fenômeno de Runge, introduzindo oscilações que não representam o comportamento físico real do material e comprometem a precisão do resultado. O método de interpolação por spline cúbica surge como uma alternativa superior, ajustando polinômios de terceiro grau a subintervalos dos dados, garantindo uma curva suave (continuidade) e fisicamente representativa. Este trabalho teve como objetivo validar a metodologia de cálculo por interpolação spline cúbica proposta por Bertarello (2024), através do desenvolvimento de uma ferramenta computacional acessível e transparente, e confirmar o registro numérico do resultado de tenacidade para os dados em questão.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

O módulo de tenacidade ( $U_t$ ) é uma propriedade mecânica fundamental que quantifica a capacidade de um material de absorver energia na região plástica até a fratura. Conforme estabelecido por autores clássicos da área, como Dowling (2013), a tenacidade é um indicador crucial para a seleção de materiais em aplicações de engenharia que exigem alta resistência ao impacto e capacidade de deformação, prevenindo falhas súbitas e catastróficas. É definida formalmente como a área total sob a curva tensão-deformação, obtida a partir de ensaios de tração (Callister; Rethwish, 2018).

Os dados obtidos em um ensaio de tração são, por natureza, um conjunto de pontos discretos. Portanto, o cálculo da área sob a curva requer a aplicação de métodos de integração numérica (De Almeida et al, 2018). A abordagem mais direta, a Regra dos Trapézios, aproxima a área somando uma série de trapézios formados pelos pontos de dados. Embora robusto, este método pode subestimar a área em curvas acentuadas. Para obter maior precisão, métodos de ordem superior, como a Regra de Simpson, utilizam polinômios de segundo grau (parábolas) para interpolar os pontos, oferecendo uma melhor aproximação da forma real da curva. No entanto, tanto a Regra dos Trapézios quanto a de Simpson se baseiam em aproximações locais e não geram uma função contínua única que represente todo o comportamento do material (Filho, 2016).

Uma abordagem alternativa é ajustar um único polinômio de alta ordem a todo o conjunto de dados, uma funcionalidade comum em softwares como o Microsoft Excel. Contudo, como apontado por Bertarello (2024) e outros estudos sobre o tema (Fabricio et al., 2014), o uso de polinômios de alta ordem (acima de grau 5 ou 6) para ajustar dados experimentais pode sofrer do Fenômeno de Runge. Este fenômeno introduz oscilações espúrias entre os pontos de dados, especialmente nas extremidades do intervalo, gerando uma curva que não representa o comportamento físico real do material e, conseqüentemente, levando a imprecisões no cálculo da área (Kreyszig, 2006).

Para superar as limitações dos métodos anteriores, a interpolação por spline cúbica surge como a metodologia mais adequada. Conforme detalhado por Bertarello (2024), o método de spline divide o domínio dos dados em subintervalos e ajusta um polinômio de terceiro grau a cada um deles. A principal vantagem reside na condição de que as conexões pontuais entre os polinômios (os "nós") devem apresentar continuidade e serem diferenciáveis. Esta suavidade matemática garante que a curva interpolada não possua "quinas" ou mudanças abruptas na sua curvatura, modelando o comportamento físico contínuo de um material sob deformação com muito mais fidelidade do que um polinômio de alta ordem. O resultado é um modelo matemático poderoso, preciso e livre das oscilações indesejadas.

O trabalho de Bertarello (2024) fornece uma detalhada fundamentação teórica para a aplicação da interpolação spline cúbica. No entanto, a literatura carece de uma implementação prática, de código aberto e validada dessa metodologia numa plataforma acessível, como o Microsoft Excel, que é amplamente utilizado em laboratórios de ensaios e no meio acadêmico (De Oliveira et al., 2021). Softwares comerciais que realizam este cálculo operam frequentemente como "caixas-pretas", sem transparência no processo.

O presente trabalho visa preencher essa lacuna. Partindo da metodologia estabelecida por Bertarello (2024), propõe-se: (1) o desenvolvimento de uma ferramenta automatizada e amigável em VBA; e (2) a validação rigorosa dos resultados numéricos obtidos, servindo como uma verificação cruzada independente e confirmando a robustez do método para os profissionais de engenharia e tecnólogos.

### 3. METODOLOGIA

Para atingir os objetivos propostos, foi desenvolvida uma ferramenta automatizada utilizando o ambiente Visual Basic for Applications (VBA) no Microsoft Excel. A metodologia implementada, detalhada no **Apêndice A**, segue um processo de quatro etapas principais.

Primeiramente, a ferramenta realiza a leitura dinâmica dos dados de tensão (MPa) e deformação (adimensional) a partir das colunas da planilha, carregando-os em arrays.

Em seguida, calcula os intervalos ( $h_k$ ) entre cada ponto de deformação. A terceira e mais complexa etapa consiste na montagem e resolução do sistema de equações tridiagonal para encontrar os momentos ( $m_k$ ), utilizando o Algoritmo de Thomas. Finalmente, com os momentos determinados, a ferramenta calcula os coeficientes polinomiais ( $a_k, b_k, c_k, d_k$ ) para cada um dos  $n-1$  segmentos da curva, escrevendo-os numa tabela explícita na planilha e, simultaneamente, calcula a área de cada segmento através da sua integral analítica. A soma das áreas de todos os segmentos resulta no módulo de tenacidade total. A ferramenta foi expandida com funcionalidades de análise, como interpolação direta (**InterpolacaoSpline, Apêndice B**) e busca de objetivo inversa (**EncontrarDeformacao, Apêndice C**).

### 4. RESULTADO E DISCUSSÕES

A ferramenta foi validada utilizando o conjunto de 12 pontos de dados publicados na Tabela 1 do trabalho de referência de Bertarello (2024). A execução da macro principal (**GerarModeloECalcularTenacidade**) processou os dados e calculou

um módulo de tenacidade de **634.522,505 MPa**. Este valor foi comparado com o resultado original reportado, de **634.508,888 MPa**. A comparação revela uma diferença absoluta de apenas **13,617 MPa**, correspondendo a uma variação percentual de **0,002%**. Esta diferença é insignificante, e válida com sucesso e alta precisão a metodologia e a implementação computacional, servindo como uma verificação cruzada independente. O resumo dos resultados encontra-se na Tabela 1.

*Tabela 1 - Resultados: coeficientes para uma função analítica e cálculo da tenacidade.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	0,24	52						Segmento	x_k	Coef_a	Coef_b	Coef_c	Coef_d
2	18,75	5640,445						1	0,24	-0,26117	0	391,397	52
3	34,375	5254,434						2	18,75	0,3233805	-14,50277	122,9507	5640,445
4	50	4151,545						3	34,375	0,0515266	0,655693	-93,40983	5254,434
5	69,79178	4177,929						4	50	-0,061951	3,071002	-35,18023	4151,545
6	89,32303	4240,546						5	69,79178	0,0039056	-0,607386	13,57911	4177,929
7	109,1146	4266,965						6	89,32303	0,0370278	-0,37854	-5,677249	4240,546
8	121,6144	4316,287						7	109,1146	-0,266597	1,819973	22,85098	4266,965
9	137,7607	4339,547						8	121,6144	0,7291317	-8,177257	-56,6138	4316,287
10	145,8336	3993,551						9	137,7607	-7,849233	27,14108	249,5818	4339,547
11	149,9998	119,843						10	145,8336	34,335308	-162,9571	-846,8476	3993,551
12	152,3543	122,312						11	149,9998	-37,68474	266,1862	-416,7749	119,843
13													
14													
15													
16													
17													
18													

*Fonte: elaborada pelo autor.*

A pequena variação pode ser atribuída a diferenças de arredondamento entre sistemas computacionais. A geração da tabela de coeficientes permitiu o uso da função **InterpolacaoSpline** para explorar pontos intermediários da curva, e a macro **EncontrarDeformacao** demonstrou a capacidade da ferramenta em resolver problemas de busca inversa (encontrar a deformação para uma dada tensão).

## 5. CONCLUSÃO

Este estudo validou com sucesso a metodologia de cálculo de tenacidade por spline cúbico, demonstrando que a implementação em VBA replica o resultado de referência com uma precisão notável (diferença de 0,002%). A ferramenta desenvolvida provou ser um recurso robusto, transparente e acessível para a aplicação de um método numericamente complexo, preenchendo a lacuna entre a teoria e a prática laboratorial. O trabalho cumpre o triplo objetivo de validar um método científico, fornecer uma ferramenta prática de código aberto e confirmar com precisão um resultado numérico na literatura, contribuindo para a área de ciência dos materiais tanto no âmbito da pesquisa quanto no educacional.

## Referências

BERTARELLO, N. Aplicação do Spline Cúbico para a Interpolação da Curva de Tensão-Deformação para a Determinação do Módulo de Tenacidade. In: **Anais do I Congresso UniSENAI-SP de Educação, Tecnologia e Inovação**. Anais...São Paulo(SP) SENAI Ipiranga, 2024. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/congressosenai-sp/964234-APLICACAO-DO->

SPLINE-CÚBICO-PARA-A-INTERPOLACAO-DA-CURVA-DE-TENSAO-DEFORMACAO-PARA-A-DETERMINACAO-DO-MODULO-DE-TEN. Acesso em: 04/08/2025

CALLISTER JR., W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e Engenharia dos Materiais**. 10. ed. Rio de Janeiro: John Wiley & Sons, Inc, 2018. v. único.

DE ALMEIDA, G. L.; BAPTISTA, F. T. Aplicações de Métodos de Integração Numérica no Cálculo do Módulo de Resiliência e Tenacidade. **VII Encontro de Iniciação Científica do Instituto Federal de São Paulo**, Araraquara - SP, 27 set. 2018. Disponível em: <https://arq.ifsp.edu.br/eventos/enict/3EnICT/paper/view/268>. Acesso em: 11 abr. 2024.

DE OLIVEIRA, A. L. C. *et al.* Comparação Entre os Métodos Convencionais e Computacional Para a Determinação da Resiliência e Tenacidade de Materiais. **Brazilian Journal of Development**, [s. l.], v. 7, n. 2, 8 fev. 2021.

DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methos for Deformation, Fracture, and Fatigue**. 4. ed. New Jersey: Pearson Prentice, 2013. 936 p. ISBN 0131395068, 9780131395060.

FABRICIO, D. A. K.; DOS SANTOS, B. P.; HERRMANN, J. V.; STROHAECKER, T.R. Estimativa do Módulo de Tenacidade Através da Integração Numérica. **69 Congresso Anual da ABM - Internacional**, São Paulo, v. 69, n. 69, p. 6539-6547, 25 jul. 2014.

FILHO, A. A. D. **Fundamentos de Cálculo Numérico**. Porto Alegre: Bookman, 2016. v. único. ISBN 9788582603857.

KREYSZIG , E. **Advanced Engineering Mathematics**. 7. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2006. v. único.

## AGRADECIMENTOS

Ao Senai SP, na pessoa do coordenador Eng. Fabiano Caio José, pela oportunidade de dedicar-me a esse trabalho.

À Universidade Municipal de São Caetano do Sul (USCS), na pessoa do Prof. Dr. Marcos Alberto Bussab, pela cessão de utilização da I.A. Gemini 2.5 Pro.

## SOBRE O AUTOR

<sup>i</sup> Nelson Bertarello é mestre em Física Teórica pelo Instituto de Física Teórica (IFT) da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho – UNESP, graduado em Física pela Universidade Mackenzie e exerce os cargos de Professor de Ensino de Superior na Faculdade Senai Mario Amato de Tecnologia e Professor de Matemática Aplicada e Lógica na Universidade Municipal de São Caetano do Sul.

[Seguem os Apêndices A, B e C]