

# Breve revisão sobre qubits supercondutores

Leandro N. Ferreira, Thiago T. Tsutsui e Antonio S. M. de Castro

**Resumo**— Qubits supercondutores representam uma plataforma robusta para computação quântica, explorando fenômenos quânticos macroscópicos em arquiteturas baseadas em circuitos com propriedades supercondutoras. O objetivo dessa revisão é revisitar os conceitos básicos que fundamentam e possibilitam a criação dos qubits supercondutores.

**Palavras-Chave**— Qubit supercondutor, Computação quântica supercondutora, Física quântica.

**Abstract**— Superconducting qubits represent a robust platform for quantum computing, leveraging macroscopic quantum phenomena in circuit-based architectures with superconducting properties. The objective of this review is to revisit the fundamental concepts that underpin and enable the creation of superconducting qubits.

**Keywords**— Superconducting qubit, Superconducting quantum computing, Quantum physics.

## I. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas houve um grande desenvolvimento na área de computação quântica, nesse contexto, os qubits surgem como os equivalentes quânticos dos bits da computação clássica. O desenvolvimento de um dispositivo de estado sólido capaz de arquitetá-los constitui, portanto, um dos principais desafios da área. Dentre as opções, os qubits supercondutores tem sido amplamente estudados, por conta do seu potencial à longo prazo.

Existem duas propriedades supercondutoras fundamentais para o funcionamento dos qubits supercondutores: o tunelamento de Josephson e a quantização do fluxo [1]. Neste trabalho, faremos uma breve revisão dos conceitos básicos relacionados aos aspectos físicos dos qubits supercondutores, afim de fornecer um material introdutório para os estudantes que buscam entender a interface física desse tema. Ademais, discutimos as três possibilidades de modelagem para o qubit supercondutor, que são classificadas de acordo com o grau de liberdade relevante, sendo eles: fluxo [2], [3], [4], fase [5] e carga [6], [7].

## II. JUNÇÃO JOSEPHSON E QUANTIZAÇÃO DO FLUXO

### A. Quantização do fluxo

Qubits supercondutores são formados a partir de um oscilador harmônico  $LC$ , trabalhando na temperatura de milikelvins, com resistência quase nula. Por consequência, o fator

Leandro Nazarko Ferreira, Programa de Pós-Graduação em Ciências/Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa-PR, e-mail: leandronazarko233@gmail.com; Thiago Takaji Tsutsui, Programa de Pós-Graduação em Ciências/Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa-PR, e-mail: takajitsutsui@gmail.com; Antonio S. M. de Castro, Departamento de Física e Programa de Pós-Graduação em Ciências/Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa-PR, e-mail: asmcastro@uepg.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, Finance Code 001), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

de qualidade  $Q$  do ressonador é elevado, porém é limitado pelo efeito Joule [8].

Os supercondutores permitem que fenômenos em escala atômica sejam observados em nível macroscópico pois, em um determinado supercondutor, dois elétrons podem formar um par ligado, mesmo que exista uma repulsão elétrica natural entre eles, assim formando os pares de Cooper de elétrons (com carga  $2e$ , massa  $2m_e$  e spin zero) e estão condensados em um único estado macroscópico, descrito por uma função de onda  $\Psi(r, t)$ , que é descrita como o produto de uma amplitude e um fator de fase,

$$\Psi(r, t) = \psi(r, t) \exp[i\theta(r, t)]. \quad (1)$$

A função de onda macroscópica leva a dois fenômenos que são essenciais para qubits. O *primeiro fenômeno é a quantização do fluxo*. Ao resfriar um anel supercondutor abaixo de sua temperatura de transição supercondutora na presença de um campo magnético – que subsequentemente é removido –, observa-se que o fluxo magnético  $\Phi_0$  no anel torna-se quantizado. Este fluxo, mantido por uma supercorrente circulante, é confinado a valores inteiros do quantum de fluxo,

$$\Phi_0 \equiv \frac{h}{2e} \approx 2,07 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2. \quad (2)$$

Essa quantização decorre da exigência de que  $\Psi(r, t)$  seja univalente, ou seja, ela assume um único valor para cada ponto do espaço [1].

### B. Junção Josephson

O *segundo fenômeno é o tunelamento de Josephson (JJ)*. A JJ é um dispositivo dissipativo com uma indutância não-linear. Ao substituir o indutor linear do ressonador  $LC$  por uma junção Josephson, temos um ressonador anarmônico cujo estado fundamental e o primeiro estado excitado podem ser utilizados para a construção de qubits. Uma JJ é constituída por dois supercondutores separados por uma fina barreira isolante (tipicamente com 2 a 3  $nm$  de espessura), como ilustrado na Fig. 1, através da qual pares de Cooper podem realizar tunelamento de forma coerente [1].

Em 1962, Brian Josephson mostrou que, a corrente  $I$ , através do isolante, está relacionada à diferença de fase  $\theta$  entre os dois supercondutores, e a JJ obedece às equações de Josephson:

$$I = I_0 \sin \theta, \quad \dot{\theta} = 2eV/\hbar, \quad (3)$$

onde  $I_0$  e  $V$  são a supercorrente que a junção pode suportar e a queda de tensão, respectivamente e  $\theta$  é uma variável eletrodinâmica e sua evolução temporal é dada por  $\dot{\theta}$  [9].

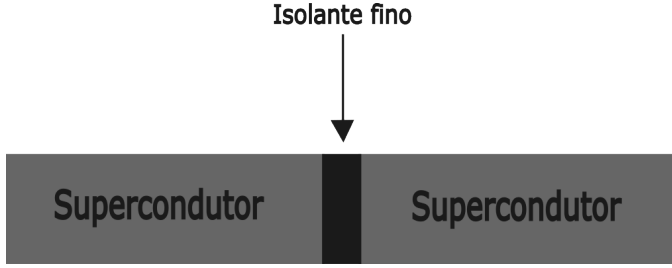


Fig. 1. Representação da Junção Josephson. Adaptado de [8].

O Hamiltoniano do circuito  $LC$  do oscilador harmônico é dado por

$$\hat{H} = E_C \hat{n}^2 + E_L \frac{\hat{\theta}^2}{2}, \quad (4)$$

onde  $\hat{n}$  é a carga induzida no capacitor medida em unidades de  $2e$  (par de Cooper), e  $\hat{\theta}$  é a diferença de fase no indutor.

Os operadores de carga  $\hat{n}$  e fase  $\hat{\theta}$  não comutam,  $[\hat{\theta}, \hat{n}] = i\hbar$ , o que significa que seus valores esperados não podem ser medidos simultaneamente [9].

Podemos definir a energia de carregamento de um par de Cooper e a energia no indutor  $L$ , como sendo

$$E_C = \frac{(2e)^2}{2C}, \quad E_L = \frac{\hbar^2}{4e^2 L}, \quad (5)$$

e a distância entre os níveis de energia do oscilador harmônico é dada por

$$\hbar\omega = \frac{\hbar}{\sqrt{LC}} = \sqrt{2E_L E_C}. \quad (6)$$

Ao adicionarmos a junção Josephson, o Hamiltoniano do circuito  $LCJ$  se torna

$$\hat{H} = E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos(\hat{\theta}) + E_L \frac{(\hat{\theta} - \theta_e)^2}{2}, \quad (7)$$

onde  $n_g$  é a carga induzida pela voltagem no capacitor  $C$  (ilha do qubit) e  $\theta_e$  é a fase induzida pelo fluxo através da junção Josephson. A energia Josephson  $E_J$  é dada por

$$E_J = \frac{\hbar}{2e} I_0, \quad (8)$$

em termos da corrente crítica  $I_0$  da junção [10], [11]. Esses são os conceitos básicos necessários para a construção dos diferentes tipos de qubits supercondutores, que serão apresentados a seguir.

### III. QUBITS DE FLUXO, FASE E CARGA

#### A. Qubits de fluxo

Um qubit de fluxo consiste em um loop supercondutor interrompido por três junções de Josephson. Esse modelo foi proposto pela primeira vez por Mooij *et al.* e sua estrutura é mostrada na Fig. 2 [12], [13].

Neste dispositivo, uma junção é menor em área, em um fator  $\alpha$  em relação às outras duas. Portanto, ela tem uma corrente crítica menor do que as outras duas, que funcionam para aumentar a indutância do loop [9]. A junção pequena tem um valor grande para a razão  $E_J/E_C$  (cerca de 50 vezes),

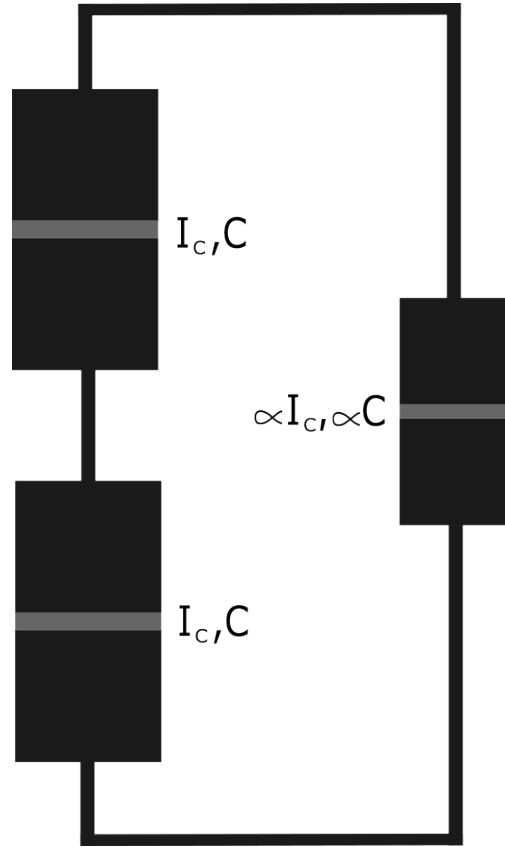


Fig. 2. Representação esquemática do qubit de fluxo. Adaptado de [9].

então a diferença de fase  $\theta$  (ou, equivalentemente, o fluxo magnético  $\Phi$  no loop) é a variável quântica relevante [1].

O qubit é representado por um potencial de poço duplo, que é geralmente assimétrico. Considerando a energia armazenada em cada junção, da forma  $1 - \cos \theta$  [14], o potencial do qubit pode ser escrito como:

$$U(\theta_1, \theta_2) = \frac{E_J}{\alpha} (2 - \cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \alpha E_J [1 - \cos(2\pi f + \theta_1 - \theta_2)], \quad (9)$$

em que  $\theta_{1,2}$  são as diferenças de fase ao longo das duas junções maiores, e  $f$  é a frustração do fluxo magnético definida por  $\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 = -2\pi f$ , sendo  $\theta_3$  a diferença de fase da junção menor.

A altura da barreira que separa os dois poços pode ser ajustada mudando o fator  $\alpha$ . Normalmente, o valor de  $\alpha$ , está na faixa de 0,5 a 0,7 para que o tunelamento quântico de  $\theta$ , através da barreira, ocorra, levando à hibridização dos estados  $|\uparrow\rangle$  e  $|\downarrow\rangle$ , que correspondem às correntes que circulam no loop do qubit em direções opostas. Os dois estados hibridizados são usados como os estados do qubit [9]

$$|\Psi\rangle = \gamma |\uparrow\rangle \pm \beta |\downarrow\rangle. \quad (10)$$

Quando um fluxo magnético externo  $\Phi_e = \Phi_0/2$  é aplicado, o potencial de poço duplo se torna simétrico, e as duas funções próprias tornam-se superposições simétricas e antissimétricas dos dois estados básicos, com  $\gamma = \beta = 1/\sqrt{2}$ . Neste ponto de degenerescência, os níveis de energia do estado fundamental  $|0\rangle$  e do primeiro estado excitado  $|1\rangle$  são separados por um

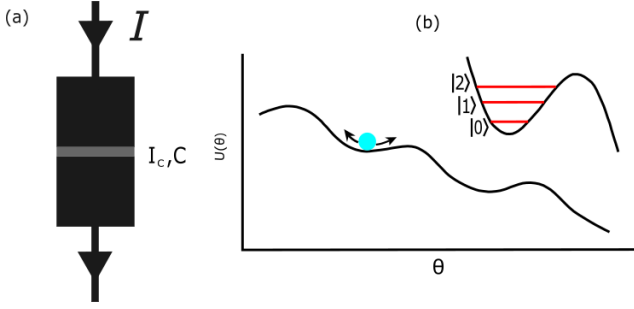


Fig. 3. (a) Junção Josephson com polarização de corrente para um qubit de fase. (b) Potencial de tábua de lavar e um nível de energia em um poço selecionado. Adaptado de [1].

gap  $\Delta = 1.76 K_B T_c$  (onde  $K_B$  é a constante de Boltzmann e  $T_c$  é a temperatura de transição supercondutora).

O estado do qubit de fluxo é medido com um dispositivo de interferência quântica supercondutor de corrente contínua (SQUID), que monitora a diferença de fluxo do loop entre os dois estados [1]. Este dispositivo consiste em duas junções de Josephson, cada uma com corrente crítica  $I_0$ , conectadas em paralelo em um loop supercondutor de indutância  $L$ . Com isso, é possível determinar o estado do qubit aplicando um pulso de polarização do fluxo rápido para deslocar adiabaticamente o qubit para um ponto de não degenerescência.

Uma característica importante dos qubits de fluxo relatados em [15] é o valor reduzido de  $\alpha$ . Foi demonstrado que para valores de  $\alpha$  superiores a 0,5, o tempo de coerência é muito mais curto. Quando  $\alpha$  é reduzido abaixo de 0,5, o recurso de poço duplo da potencial do qubit enfraquece com a redução da altura da barreira e o qubit de fluxo torna-se semelhante ao qubit transmon [9].

### B. Qubits de fase

Em essência, um qubit de fase consiste em uma única junção de Josephson polarizada por corrente. Para uma corrente de polarização  $I$ , logo abaixo da corrente crítica  $I_0$ , o potencial anarmônico é aproximadamente cúbico, e a separação dos níveis de energia torna-se progressivamente menor à medida que o número quântico  $n$  aumenta [9]. O esquema do qubit de fase é mostrado na Fig. 3(a).

A partir do modelo de junção resistiva e capacitivamente isolada (RCSJ) [14] e levando em consideração a Eq. (3), derivamos as equações que governam o sistema:

$$\begin{aligned} m\ddot{\theta} + (m/RC)\dot{\theta} &= -\partial U(\theta)/\partial\theta, \\ U(\theta) &= -E_J(\theta I/I_c + \cos\theta). \end{aligned} \quad (11)$$

Adotamos  $C$  e  $R$  para a capacitância e a resistência efetiva da junção, respectivamente, e  $m = (\Phi_0/2\pi)^2 C$ ,  $E_J = \Phi_0 I_c/2\pi$ . A Eq. (11) descreve uma partícula fictícia com massa  $m$  se movendo em um potencial  $U(\theta)$  com coeficiente de amortecimento  $m/RC$ . O Hamiltoniano do sistema pode ser escrito como

$$H = Q^2/2C + U(\theta), \quad (12)$$

com carga  $Q = 2en$ .

O qubit tem um potencial semelhante a uma tábua de lavar roupas  $U(\theta)$ , que é representado na Fig. 3(b), juntamente com

os níveis de energia em um poço selecionado. Experimentalmente, pode-se inclinar o potencial mudando  $I$  para que a altura da barreira e o espaçamento dos níveis possam ser ajustados [9]. À medida que  $I$  se aproxima de  $I_0$ , a frequência de oscilação do plasma,

$$\omega_p(I) = 2^{1/4}(2\pi I_0/\Phi_0 C)^{1/2}(1 - I/I_0)^{1/4}, \quad (13)$$

diminui lentamente, enquanto a altura da barreira potencial,

$$\Delta U(I) = (2\sqrt{2}I_0\Phi_0/3\pi)(1 - I/I_0)^{3/2}, \quad (14)$$

diminui rapidamente. Assim, a probabilidade de escapar do estado  $|n\rangle$  por tunelamento quântico macroscópico aumenta exponencialmente à medida que  $n$  aumenta.

Os dois estados inferiores são usados para os estados do qubit, que podem ser inicializados quando a barreira é ajustada para uma altura suficientemente alta e manipulados com pulsos de micro-ondas, que são aplicados com frequência  $(E_2 - E_1)/h$ . Se, por um lado, o qubit estiver no estado  $|1\rangle$ , então o pulso excita uma transição para o estado  $|2\rangle$ , se, por outro lado, a junção estiver inicialmente no estado  $|0\rangle$ , então nenhuma dessas transições ocorre.

O funcionamento do qubit de fase depende crucialmente da anarmonicidade do potencial do poço, que garante que  $E_2 - E_1 < E_1 - E_0$  [1], [9]. A leitura do estado é realizada por um detector SQUID que monitora a mudança de direção da corrente circulante ao passar entre dois poços de potencial adjacentes.

### C. Qubits de carga

Um qubit de carga (também conhecido como caixa de pares de Cooper) é mostrado na Fig. 4(c). O componente chave é uma pequena ilha supercondutora que é tão pequena que a energia de carga eletrostática necessária para colocar uma carga de  $2e$  na ilha a zero volts,  $(2e)^2/2C_\Sigma$ , é muito maior que a energia térmica  $K_B T$  (onde  $C_\Sigma = C_g + C_J$  é a capacitância total)[1].

A caixa de pares de Cooper está conectada ao solo por uma capacitância de portão  $C_g$  em série com uma tensão  $V_g$  e por uma pequena junção de Josephson com  $E_J \ll E_C$  [9]. Dada a sua fraca conexão com o “mundo exterior”, o número de pares de Cooper na ilha é uma variável discreta  $n$ . Os estados do qubit correspondem aos estados de número de pares de Cooper adjacentes  $|n\rangle$  e  $|n+1\rangle$ .

O Hamiltoniano do sistema pode ser escrito como

$$H = (Q - C_g V_g)^2/2(C + C_g) - E_J \cos\theta, \quad (15)$$

com  $Q = 2en$  sendo a carga na ilha separada pela barreira de tunelamento e o capacitor  $C_g$ . Denotando a escala de energia de carga  $E_C = e^2/2(C + C_g)$ , o Hamiltoniano se torna

$$H = 4E_C(n - n_g)^2 - E_J \cos\theta, \quad (16)$$

onde  $n_g = C_g V_g/2e$ .

O qubit de carga funciona no regime  $E_J \ll E_C$ , onde a energia de carregamento é dominante. A Fig. 4(a) mostra a energia versus  $n_g$  neste caso, calculada usando a abordagem dada em [16]. Pode-se ver que a principal característica na

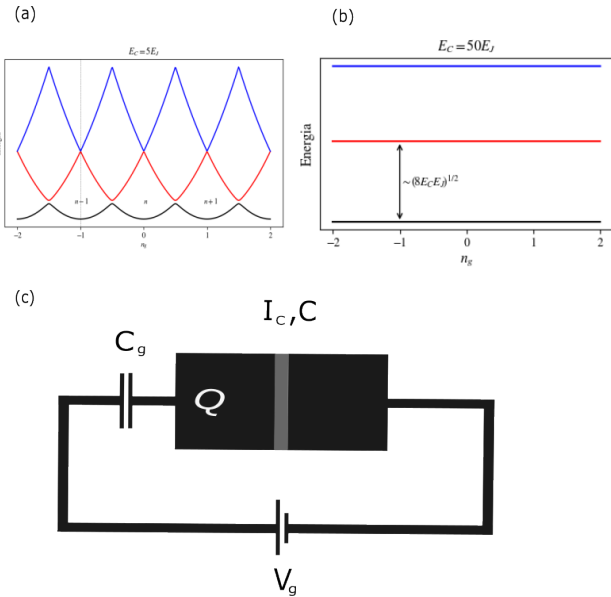


Fig. 4. (a) Espectro de energia no caso de  $E_C \gg E_J$  e (b)  $E_C \ll E_J$ . (c) Esquema de um qubit de carga. Adaptado de [9].

grande escala é uma série de parábolas para diferentes inteiros de  $n$  [9].

O acoplamento entre os estados de carga vizinhos  $|n\rangle$  e  $|n+1\rangle$  torna a superposição quântica dos estados de carga análoga à superposição dos estados de fluxo na Eq. (10) (identificando  $|\downarrow\rangle = |n\rangle$  e  $|\uparrow\rangle = |n+1\rangle$ ) [1]. Os dois estados hibridizados mais baixos próximos a um dado meio inteiro  $n_g$  com separação de nível  $\sim E_J$  são usados como os estados do qubit. O próximo estado de carga excitado é mais alto em energia por  $E_C$  e pode ser negligenciado com segurança.

Em qubits de carga, as probabilidades de medir o estado fundamental ou excitado são determinadas pela tensão do portão, e não pelo fluxo aplicado. Para permitir controle ajustável do qubit, a junção Josephson é frequentemente substituída por um SQUID de baixa indutância ( $\beta L \ll 1$ ), possibilitando a modulação da energia  $E_J$  por meio de um fluxo magnético fixo durante as medições. No regime em que  $E_C \ll E_J$ , o espectro de energia torna-se quase plano. A leitura do estado do qubit envolve detectar variações de carga na ilha com precisão superior a  $2e$ , utilizando um transistor de elétron único (SET)[17], que consiste em uma pequena ilha conectada a dois supercondutores por junções Josephson. Quando a tensão nas junções está próxima do ponto de degenerescência ( $n_g = n + 1/2$ ), ocorre uma corrente líquida através do SET, sensível à tensão do portão. O acoplamento capacitivo entre a ilha do qubit e a do SET altera essa tensão, tornando a corrente do SET dependente do estado do qubit. Esse método converte a medição de carga em uma medição de transporte de carga no SET, que, em junções pequenas, tende a ser dissipativo devido à perda de coerência de fase por flutuações ambientais. Assim, a leitura do qubit baseia-se, efetivamente, na medição da resistência do SET, a qual reflete o estado da caixa de pares de Cooper[1].

As caixas de pares de Cooper são particularmente sensíveis ao ruído de baixa frequência causado por elétrons se movendo

entre defeitos e podem mostrar saltos grandes e repentinos na carga induzida  $n_g$ . O desenvolvimento de qubits de carga mais avançados, como o transmon, proposto por Koch *et al.*, que opera no regime  $E_C \ll E_J$ , trouxe uma grande vantagem, sendo muito menos sensível ao ruído de carga devido ao espectro plano e, portanto, possui um tempo de coerência maior em comparação com o qubit de carga [2], [17], [18].

#### IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho realizamos uma revisão sobre os conceitos básicos que fundamentam os qubits supercondutores, também apresentamos uma introdução sobre cada tipo de arquitetura e suas principais diferenças, explicitando suas vantagens e desvantagens. Ao longo das últimas duas décadas, avanços significativos foram obtidos na pesquisa com circuitos e qubits supercondutores. Destaca-se a expressiva ampliação dos tempos de coerência quântica, alcançada em diversas ordens de magnitude em dispositivos como qubits transmon 2D e 3D, Xmon e qubits de fluxo de corrente persistente. Tais dispositivos incorporam projetos refinados que permitem maior controle em sua fabricação, manipulação, medição e no acoplamento entre múltiplos qubits. Esses avanços abrem caminho para um leque de possibilidades no desenvolvimento futuro de qubits de estado sólido, consolidando essa plataforma como uma das mais promissoras para implementação de tecnologias quânticas.

#### REFERÊNCIAS

- [1] J. Clarke and F. K. Wilhelm, "Superconducting quantum bits," *Nature*, vol. 453, pp. 1031–1042, June 2008.
- [2] J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box," *Physical Review A*, vol. 76, October 2007.
- [3] J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S. K. Tolpygo, and J. E. Lukens, "Quantum superposition of distinct macroscopic states," *Nature*, vol. 406, pp. 43–46, July 2000.
- [4] C. H. van der Wal, "Quantum superposition of macroscopic persistent-current states," *Science*, vol. 290, pp. 773–777, October 2000.
- [5] J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, and C. Urbina, "Rabi oscillations in a large josephson-junction qubit," *Physical Review Letters*, vol. 89, August 2002.
- [6] V. Bouchiat, D. Vion, P. Joyez, D. Esteve, and M. Devoret, "Quantum coherence with a single cooper pair," vol. T76, pp. 165–165, January 1998.
- [7] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. S. Tsai, "Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box," *Nature*, vol. 398, pp. 786–788, April 1999.
- [8] A. Osada, R. Yamazaki, and A. Noguchi, *Introduction to Quantum Technologies*. Springer Nature, December 2022.
- [9] W.-Y. Liu, D.-N. Zheng, and S.-P. Zhao, "Superconducting quantum bits," *Chinese Physics B*, vol. 27, p. 027401, February 2018.
- [10] G. Wendin, "Quantum information processing with superconducting circuits: a review," *Reports on Progress in Physics*, vol. 80, p. 106001, September 2017.
- [11] G. Wendin and V. S. Shumeiko, "Quantum bits with josephson junctions (review article)," *Low Temperature Physics*, vol. 33, pp. 724–744, September 2007.
- [12] J. E. Mooij, "Josephson persistent-current qubit," *Science*, vol. 285, pp. 1036–1039, August 1999.
- [13] T. P. Orlando, J. E. Mooij, L. Tian, C. H. van der Wal, L. S. Levitov, S. Lloyd, and J. J. Mazo, "Superconducting persistent-current qubit," *Physical Review B*, vol. 60, pp. 15398–15413, December 1999.
- [14] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*. Courier Corporation, 1996.

- [15] M. Steffen, S. Kumar, D. P. DiVincenzo, J. R. Rozen, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, and M. B. Ketchen, “High-coherence hybrid superconducting qubit,” *Physical Review Letters*, vol. 105, September 2010.
- [16] M. Devoret, A. Wallraff, and J. M. Martinis, “Superconducting qubits: A short review,” November 2004.
- [17] A. A. Houck, D. I. Schuster, J. M. Gambetta, J. A. Schreier, B. R. Johnson, J. M. Chow, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Generating single microwave photons in a circuit,” *Nature*, vol. 449, pp. 328–331, September 2007.
- [18] J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, J. Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Coupling superconducting qubits via a cavity bus,” *Nature*, vol. 449, pp. 443–447, September 2007.