

TÍTULO ESTUDO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS APLICADA AO MODELO EPIDEMIOLÓGICO (SEIR) NA DINÂMICA DA EPIDEMIA DA DENGUE NO ESTADO DO TOCANTINS

Laura Maria Ferreira de Lima¹, Elismar Dias Batista²

¹Estudante do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio – IFTO. Bolsista do Programa de Iniciação Científica IFTO. e-mail: laura.lima4@estudante.ifto.edu.br.

²Docente dos Cursos de Ensino Médio Técnicos – IFTO- Dianópolis. Orientador(a). e-mail: elismar.batista@ifto.edu.br

1 INTRODUÇÃO

A dengue é uma doença pertinente que afeta o estado do Tocantins todos os anos, principalmente no verão, pois a região norte do país é característico pelos seus verões chuvosos, propiciando assim a reprodução e desenvolvimento do *Aedes aegypti* em locais de água parada. No calor, o período reprodutivo do mosquito fica mais curto e ele se reproduz com maior velocidade. Atualmente, o número de casos notificados da doença vem crescendo assiduamente no mundo inteiro. Pesquisas e estudos envolvendo o comportamento de doenças infecciosas contribuem para o desenvolvimento de técnicas para identificar, evitar, controlar e erradicar tais doenças. O estado do Tocantins apresenta 1.511.460 habitantes, de acordo com último censo IBGE, densidade demográfica de aproximadamente 5,45, e sofre todos os anos com esta doença. Nos dias de hoje, o combate à dengue está restrito à eliminação do vetor. O desenvolvimento de novos instrumentos de combate à dengue, como por exemplo, a criação de uma vacina, requer mais conhecimentos acerca das características biológicas do vírus bem como a sua interação com os hospedeiros.

A Epidemiologia é uma ciência que tem por finalidade estudar a saúde humana (D. P. Barker, 1976). A Modelagem Matemática seria a principal ferramenta para estudar a dinâmica de fenômenos naturais epidemiológicos que desestruturam a qualidade da saúde humana, a exemplos das doenças transmissíveis (MASSAD E, 2004). Este projeto, inserido no contexto da Epidemiologia Matemática, tem por finalidade estudar a dinâmica de todo o ciclo de infecção da dengue. A Dengue é uma arbovirose febril aguda cuja dinâmica de transmissão indireta é extremamente complexa e representa hoje um dos maiores desafios a sistemas de saúde de diversos países, em especial ao brasileiro (SOUZA. L. J, 2007). Epidemias de Dengue podem representar verdadeiros desastres econômicos para as comunidades acometidas, na medida em que provocam perdas na força de trabalho efetiva por vários dias, seguidas por funcionalidades ineficientes por semanas.

As equações diferenciais foram introduzidas primeiramente por estudos do cálculo por Fermat, Newton e Leibniz. Estes, possuíam um certo entendimento sobre derivadas, no entanto, as técnicas de soluções eram escassas. Somente com Jakob Bernoulli (EVES, 2004), que desenvolveu o método de separação de variáveis, e o qual mais tarde foi generalizado por Leibniz, a Integral e o Teorema fundamental do Cálculo foram de alguma ajuda e, ainda sim, somente em casos muito específicos. No início do século XVII, as equações diferenciais foram utilizadas no estudo do universo, principalmente no estudo do movimento dos planetas. No século seguinte, muito conhecimento sobre as técnicas de análise e solução haviam sido acumulados, porém, ainda existiam muitas equações que aparentemente não tinham soluções possíveis, isto é, até a chegada de Leonhard Euler, que demonstrou que utilizando a teoria das funções, poderia se chegar a compreensão das equações diferenciais. Por ser um campo da matemática que proporciona várias aplicações, favorecendo modelar diversas situações, como o estudo do crescimento populacional, as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) são muito importantes para a modelagem matemática,

em destaque para a epidemiologia matemática, já que, por meio dessas equações é possível descrever o comportamento do contágio de doenças e, pensar assim no mais importante: medidas para conter a disseminação entre a população. No entanto, deve-se ressaltar que para a modelagem ser bem-sucedida, deve primeiro entender os aspectos biológicos em questão (KERMACK; MCKENDRICK, 1932).

2 OBJETIVO

A proposta deste projeto, é o estudo de técnicas de soluções de EDOs aplicado a modelos epidemiológicos, em especial a dinâmica da dengue. O projeto será executado em duas partes, sendo a primeira o estudo por parte do bolsista das técnicas de resolução de EDOs, em seguida iremos simular a dinâmica da dengue no estado do Tocantins utilizando o modelo SEIR(suscetível, exposto, infectado e recuperado) devido às características epidemiológicas da dengue.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho, entendemos a população como uma variáveis de estado, como a densidade populacional, que podem ser conceituadas como compartimentos. Esses compartimentos aumentam e diminuem de nível conforme as diretrizes estabelecidas pelos sistemas de equações diferenciais, os quais modelam as taxas de crescimento populacional (GIACOMINI, 2007).

Os modelos epidemiológicos desse tipo têm como principal objetivo determinar a probabilidade de propagação de uma doença dentro da população. Para esse fim, utiliza-se o cálculo da taxa básica de reprodução (PASSOS; SANTOS, 2004), por definição, o número básico de reprodução, R_0 , é o número médio de pessoas que será contagiado quando um indivíduo infectado é introduzido em uma população completamente suscetível.

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\mu},$$

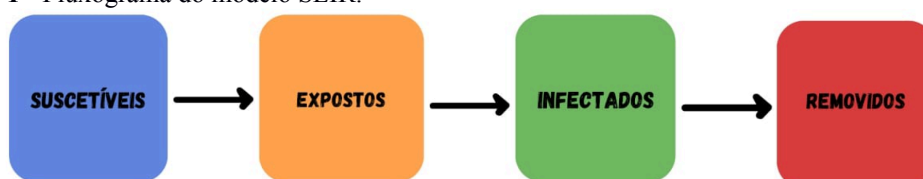
onde μ , β e S_0 são parâmetros que dependem da taxa de infecção. De acordo com Yang e Ferreira (2008), se $R_0 > 1$, diz-se que um indivíduo infectado consegue gerar mais que um novo caso, disseminando a doença pela população, e se $R_0 < 1$ a população estará livre da infecção.

A simulação foi realizada utilizando o modelo epidemiológico denominado SEIR (suscetível, exposto, infectado e recuperado), sendo que este último adquirem imunidade após a infecção. Utilizaremos para este fim, equações diferenciais ordinárias envolvendo as seguintes funções:

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$$

A dinâmica de infecção pode ser representada conforme fluxograma na Figura 1 abaixo:

Figura 1 - Fluxograma do modelo SEIR.



Fonte: Autores.

3.1 Modelo SEIR Aplicado ao Estado do Tocantins

As equações diferenciais do modelo SEIR são descritas da seguinte forma

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \mu_n N - \left[\beta_h \left(\frac{M_I(t)}{M(t)} \right) + \mu_h \right] S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} = \beta_h \left(\frac{M_I(t)}{M(t)} \right) S(t) - (\gamma_h + \mu_h) E(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \gamma_h E(t) - (\sigma_h + \mu_h + \mu_d) I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \sigma_h I(t) - \mu_h R(t) \end{cases}$$

As constantes (parâmetros) presentes no modelo acima possuem valores diários e foram obtidas de (YANG; FERREIRA, 2008) e são apresentadas na Tabela abaixo

Tabela 1 – Parâmetros utilizados no modelo

Parâmetros	Símbolo	Valor/Dia
Transmissão Humano - Mosquito	β_h	0,375
Humano exposto → Infectado	γ_h	0,1
Humanos Infectados → Recuperados	σ_h	0,143
Mortalidade Humanos	μ_h	0,000042
Natalidade Humanos	μ_n	0,00042
Taxa de Letalidade	μ_d	0,04

A fração $\frac{M_I(t)}{M(t)}$ foi estimada por trabalho não publicado dos autores em (YANG; FERREIRA, 2008). A simulação da transmissão da doença foi realizada utilizando os valores iniciais conforme descritos na Tabela 1. Com estes valores iniciais e com os valores das taxas das constantes (Tabela 2) as simulações foram realizadas no Software Wolfram Mathematica versão 12.03.

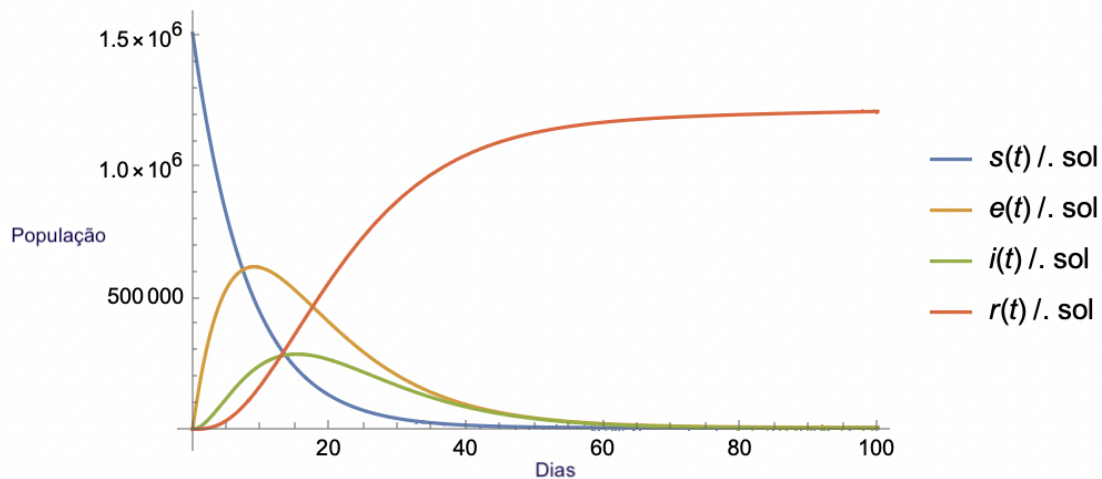
Tabela 2 – Valores utilizados para o modelo SEIR

Parâmetros	Símbolo	Valor/Dia
População Total	N	1.511.460
Fração de Mosquitos Infecciosos	$\frac{M_I(t)}{M(t)}$	0,2
Sucetíveis	S_0	1.511.460
Expostos	E_0	0
Infectados	I_0	1
Recuperados	R_0	0

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Vale ressaltar que o trabalho está considerando o período do ano com favorecimento climático ao vetor (*Aedes aegypti*), onde os níveis de chuvas são maiores. Demonstrando de maneira clara a rapidez com que pode avançar a doença no Estado do Tocantins, caso medidas de combate não sejam tomadas.

Figura 2 - Plot das soluções usando Mathematica.



Fonte: Autores.

Aos quinze dias existem, aproximadamente, 20 % da população infectada e 40 % exposta à doença. Ao analisar o final dos 100 dias, nota-se que o número de pessoas que não entraram em contato com o vírus ficou em torno de 2,37 %, e a quantidade de recuperados 57,69 %. A população que não sobreviveria à infecção está por volta de 1,6 %.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Comparando os dados obtidos na simulação exibidos na Figura 2 vemos que o modelo precisa ser melhor ajustado, a fim de representar com maior fidelidade a evolução da doença. No entanto o modelo representa o grau de preocupação da evolução da doença, tornando uma ferramenta interessante no subsídio da tomada de decisão no controle da epidemia.

6 AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq e ao IFTO pelo fomento e apoio na execução do projeto, que viabilizou a realização desta pesquisa, bem como pela concessão da bolsa de Iniciação Científica.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. Pinho de; BASQUEROTTO, C. Análise de um modelo matemático de epidemia de dengue no município de três lagoas – ms. In: . Rev. Conexão Eletrônica, 2015.

GIACOMINI, H. C. Sete motivações teóricas para o uso da modelagem baseada no indivíduo em ecologia. Acta Amazonica, SciELO Brasil, v. 37, p. 431–446, 2007.

PASSOS, M. N. P.; SANTOS, e. a. Diferenças clínicas observadas em pacientes com dengue causadas por diferentes sorotipos na epidemia de 2001 a 2002, ocorrida no município do rio de janeiro. Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical, SciELO Brasil, v. 37, p. 293–295, 2004.

YANG, H. M.; FERREIRA, C. P. Assessing the effects of vector control on dengue transmission. Applied mathematics and computation, Elsevier, v. 198, n. 1, p. 401–413, 2008.