



SEMINÁRIO NACIONAL

“
Criatividade e Didática
da Matemática
em Tempos Disruptivos
”

do

Grupo de Pesquisa em Didática da Matemática

Universidade Estadual da Paraíba



Queimada com obstáculos para discutir números relativos

Burnerd with obstacles to discuss relative numbers

Dora Soraia Kindel¹

Resumo: Este artigo tem por objetivo relatar um processo de formação continuada realizada em um curso de extensão para professores e graduandos de matemática numa universidade pública da Baixada Fluminense em que se discutiu diferentes abordagens sobre as operações dos números inteiros relativos. A base da discussão estava sempre centralizada nas diferentes estratégias para resolver as situações propostas. Foi feito um breve levantamento das abordagens usadas pelos participantes para ensinar os números negativos e as suas operações discutindo a partir daí os diferentes significados e a influência das abordagens para analisar como cada uma delas pode influenciar na aprendizagem de seus alunos. As discussões, aqui apresentadas, está centrada em uma única atividade, “Queimada com obstáculos”, que envolviam a localização dos números relativos na reta, tais como, a necessidade de uma unidade de medida, o significado do zero na reta. Um dos cursistas apresentou esta atividade para a sua turma e nos relatou que os seus alunos conseguiram entender os diferentes significados do zero e dos números opostos.

Palavras-chave: Jogos em sala de aula. Pontos na reta. Formação de professores.

Abstract: This article reports on a continuing education program conducted in an extension course for mathematics teachers and undergraduates at a public university in Baixada Fluminense, where different approaches to the operations of relative integers were discussed. The discussion always centered on the different strategies for solving the proposed situations. A brief survey of the approaches used by participants to teach negative numbers and their operations was conducted, discussing the different meanings and influence of these approaches to analyze how each might influence their students' learning. The discussions presented here centered on a single activity, “Burnerd with obstacles”, involving the location of relative numbers on a line, such as the need for a unit of measurement and the meaning of zero on a line. One of the course participants presented this activity to his class and reported that his students were able to understand the different meanings of zero and opposite numbers.

Keywords: Games in the classroom. Points on the line. Teacher training.

1 A jornada

¹ Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Nova Iguaçu, RJ — Brasil • ✉ soraiakindel@yahoo.com.br • ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0169-932X>

Durante muitos séculos, os números negativos sofreram rejeição, pelos matemáticos, sobre a sua existência. Enquanto isso, no dia a dia a ideia era usada para representar notações de entrada e saída de produtos quando da produção de alimentos, em situações de compra e venda e mais tarde em situações que envolviam o uso de diferentes escalas para medir temperatura.

Glaeser (1985) aponta e identifica, no processo de formalização axiomática dos números inteiros uma série de obstáculos de natureza epistemológica, tais como: a) dificuldades em dar um sentido à quantidades negativas isoladas e em unificar a reta numérica, expressa pela concepção da reta como justaposição de duas semirretas opostas; b) a diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas; c) a ambiguidade entre o valor do zero absoluto e do zero como origem; d) a oposição relativa à concretude que decorre espontaneamente nos números naturais e que não se manifesta nos números negativos; e) e por fim, a necessidade de um modelo unificador para o campo aditivo e multiplicativo.

Além dos obstáculos epistemológicos apontados por Glaeser, Pommer (2010), afirma que existem outros tipos de obstáculos, o ontogenético e o didático. No primeiro, quando se referem às limitações próprias do indivíduo durante o seu desenvolvimento e, no didático quando se originam a partir de uma escolha didática ou de um projeto idealizado por um certo sistema de ensino.

A existência destes três tipos de obstáculos tem levado a uma série de dificuldades para professores e alunos quando os números inteiros relativos e as operações, em particular a operação de multiplicação, são abordados. Baldino (1996, p.5), nos apresenta quatro tipos de questões que precisam ser consideradas e discutidas com os estudantes, a saber: “como tirar o maior do menor? $3 - 5 = \dots$; como subtrair um negativo? $- (-3) = \dots$ porque menos vezes menos dá mais? $(-2) \times (-3) =$; que significa menos vezes? $(-3) \times \dots$?”

Em busca de respostas e estratégias para responder estas questões e construir o conhecimento sobre os números relativos e suas operações, os professores, pesquisadores e autores de livros didáticos têm se debruçado em oferecer uma série de alternativas e sugestões de Jogos (Bordin e Bisognin, 2011; entre outros), bem como o uso de calculadoras (Sá et ali, 2009), em situações envolvendo algumas operações, em particular a adição e a subtração de números negativos. Os livros didáticos tem sido pródigos em apresentar situações cotidianas para introduzir e apresentar a necessidade de se estudar este tipo de número. Para a adição entre dois números positivos, dois números negativos e entre um número positivo e um número

negativo, as situações envolvendo débito e crédito tem sido a mais comumente usada, em consonância com os depoimentos dados pelos cursistas.

Na disciplina Ensino de Matemática I do curso de Licenciatura em Matemática e no curso de extensão oferecido a um grupo de licenciandos e professores que atuam no 7º ano do Ensino Fundamental II, série em que este conjunto é abordado, estes pontos são propostos para serem discutidos. Com base nas abordagens encontradas na literatura, nos perguntamos:

Em que uma formação continuada baseada no conhecimento do professor, nas leituras de textos de algumas pesquisas realizadas nos últimos anos e o conhecimento de outras estratégias poderia auxiliar na análise e na compreensão de que para os estudantes o conceito e as operações com números inteiros relativos são muito mais complexos do que se imagina?

E nos debruçamos nos seguintes objetivos específicos:

- ✓ Discutir os diferentes tipos de obstáculos presentes quando se aborda o conjunto dos números inteiros relativos;
- ✓ Apresentar alguns tipos de recursos didáticos com jogos e uso de calculadora;
- ✓ Desenvolver uma estratégia para o uso da reta numérica que pudesse dar sentido às quantidades negativas isoladas procurando unificar a reta numérica, expressa pela concepção da reta como justaposição de duas semirretas opostas diferenciando qualitativamente as quantidades positivas e negativas e discutindo a ambiguidade entre o valor do zero absoluto e do zero como origem.

O curso foi organizado de forma a que os participantes vivenciassem diferentes estratégias: leitura e debate de artigos; leitura complementar de textos relacionados ao tipo de estratégias propostas; análise de livros didáticos trabalhados por eles nas escolas em que atuam; tarefas envolvendo jogos de diferentes tipos; atividades investigativas.

Neste artigo, será apresentado uma única atividade envolvendo o jogo “Queimada com obstáculos”.

O trabalho e as discussões a partir do jogo serviu para auxiliá-los a discutir os diferentes significados do zero, mostrar aspectos inerentes aos números opostos como serem simétricos em relação ao zero marcado na reta numérica, determinar a distância entre um ponto e um segmento de reta.

2 Planejando o jogo

A proposta do curso visa discutir com os professores e futuros professores algumas abordagens com as quais possam vivenciar e que propiciem a criação do significado na aprendizagem dos seus alunos.

Alguns elementos são importantes para a criação de significado, isto é, o movimento tátil das mãos, a atividade linguística, a percepção e a imaginação. Entretanto, a apresentação pura e simples de artefatos manipuláveis físicos ou virtuais não são epifenômenos e é preciso que do ponto de vista pedagógico o professor esteja atento aos gestos, postura corporal, ações cinestésicas e sinais em geral e para tanto é necessário apresentar diferentes situações para que o estudante vivencie, experimente, observe e discuta com seus pares seus pontos de vista, colaborando assim com seus coparticipantes e produzindo significado para si.

Desta forma, os participantes foram convidados, individualmente em seus lares ou em grupo a observar regularidades, vivenciar e experimentar diferentes situações, analisar e refletir sobre cada uma das tarefas_ leituras de artigos, análise de livros didáticos, situações problemas, jogos, uso de calculadoras, propostas.

Objetivo geral:

Refletir sobre as especificidades do conjunto dos números inteiros relativos e vivenciar/aplicar atividades pedagógicas facilitadoras da aprendizagem dos estudantes da Educação Básica discutindo o desenvolvimento histórico e situações pedagógicas envolvendo a construção deste conjunto.

Objetivos específicos:

Identificar os números opostos

Discutir e diferenciar o valor do zero absoluto e o zero

Resolver as quatro operações envolvendo a reta numérica.

Para atender estes objetivos foram apresentadas duas situações: a queimada com obstáculos e 12 itens para serem operados na reta numérica.

3 O jogo

A experiência ocorreu em uma turma de professores e graduandos de matemática regularmente inscritos em um curso de extensão oferecido pela UFRRJ no campus de Nova Iguaçu com uma carga horária do curso era de 45 h sendo, 30 h presenciais distribuídas em 10 encontros semanais de 3h cada e 15h não presenciais para leitura de artigos e análise de livros didáticos de matemática observando o capítulo que versa sobre números inteiros.

A dinâmica das aulas se modificava em função do conteúdo, dos objetivos e materiais propostos. No primeiro encontro foi realizado uma roda de apresentação com todos os integrantes, participantes e professores do curso e discutido o cronograma e a dinâmica a ser desenvolvida nos encontros presenciais, bem como o que deveria ser feito nas horas não presenciais, ficando organizado da seguinte forma: três encontros para leitura e debate sobre os textos previamente encaminhados, um encontro para discutirmos a análise dos livros didáticos e os demais seis encontros para a realização de atividades práticas com jogos e materiais manipuláveis sobre as operações com números inteiros.

Para cada encontro foi encaminhado um texto de apoio de acordo com o que pretendíamos trabalhar ou em função da demanda dos participantes. Para os três encontros em que os textos eram os protagonistas eles foram encaminhados com pelo menos duas semanas de antecedência.

Os materiais: cartolina caneta hidrocor, tesoura, régua e par de esquadros para confeccionar os jogos de cartas. Tabuleiros impressos em papel sulfite tamanho A4 e fichas de trabalho entregues para cada participante e encaminhados por correio eletrônico.

Apresentamos a seguir uma entre as várias atividades realizadas: 1) Queimada com obstáculos e as discussões oriundas em sala de aula com os participantes. Esta atividade foi realizada em um encontro de duas horas.

Jogo “Queimada com obstáculos”

Em virtude da dificuldade apresentada pelos estudantes em localizar pontos na reta e perceber que existe um referencial que serve de ponto limítrofe_ o zero, entre os outros dois pontos e que se encontram à uma mesma distância dela foi criado um jogo denominado “Queimada com obstáculos”.

A atividade de ensino foi planejada², adaptando-se o jogo Queimada e que costuma estar presente nos recreios das escolas ou em aulas de Educação Física e que também já existe na versão em que são adicionados obstáculos como cones, bancos, arcos e outros objetos para dificultar a brincadeira. Na versão para a aula de matemática e trabalhar com números inteiros, o pátio é representado pela folha de papel e os obstáculos e alunos por desenhos feitos pelos jogadores antes de iniciar o jogo com objetivo de identificar os pontos simétricos em relação à divisória existente entre os campos e contar pontos ganhos e perdidos.

² Autor desconhecido. Entretanto, a proposta foi apresentada em reunião de professores em uma das escolas do Ensino Básica em atuava na década de 1990.

A atividade de ensino, que deu base para a apresentação da “Queimada com Obstáculos” aos cursistas, foi exaustivamente trabalhada em anos anteriores com estudantes do sétimo ano do ensino fundamental em escolas públicas e privadas da zona sul do Rio de Janeiro enquanto era professora deste nível de ensino e nos últimos anos também tem sido trabalhada na disciplina de Ensino de Matemática, matéria que leciono na Universidade atualmente.

Para realizar o jogo a turma é organizada em duplas e necessita de uma única folha de papel e canetas de cores distintas, uma para cada integrante da dupla.

Preparação do jogo:

- a) Dobra-se a folha ao meio e marca a dobra com um segmento de reta, delimitando assim o campo que será designado a cada um dos jogadores ficando assim demarcado o “campo do jogo”. Em seguida, b) Cada jogador desenha no seu campo três obstáculos (por exemplo: uma pedra, uma árvore, um canteiro, uma casa, ...) e seis bonecos, sendo que um deles deve ser desenhado dentro de um círculo: este boneco será o “chefe” do campo.

Regras do jogo: O objetivo é “queimar” todos os bonecos do adversário, devendo o “chefe” ser “queimado” em último lugar.

A “bola” é jogada de um campo para o outro da seguinte maneira: i) marca-se um ponto com caneta hidrocor no campo do atirador; ii) dobra-se o papel sobre a reta divisória dos campos; iii) transporta-se o ponto, por decalque, para o campo do adversário. Quando este ponto transportado atinge um dos bonecos diz-se que este boneco foi “queimado”.

A contagem dos pontos é procedida da seguinte forma: a) Um ponto ganho para cada boneco “queimado”. b) Um ponto perdido para cada obstáculo do campo adversário atingido. c) Três pontos perdidos quando o círculo do “chefe” for atingido sem que todos os demais bonecos do adversário estejam “queimados”. d) Ganha o jogo quem queimar todos os bonecos primeiro.

Para refletir sobre a Queimada com obstáculos e relacionar com o conteúdo matemático promovemos discussões envolvendo a localização e as medidas entre os pontos e a linha divisória, sobre a contagem dos pontos e sobre as estratégias usadas para dificultar o inimigo quando prepararam a segunda rodada do jogo.

Desta forma, propusemos que cada cursista escolhesse um dos campos jogados e ligasse os pontos de partida_ lugar em que o ponto foi desenhado na tentativa de atingir o alvo e o ponto em que chegou no campo adversário.

Em seguida, nomeasse cada ponto do seu campo usando uma letra maiúscula do alfabeto latino (nosso alfabeto) e os pontos correspondentes, no campo do adversário usando as mesmas

letras, respectivamente, mas sendo apostrofados. Por exemplo, para o ponto A, o ponto correspondente fosse nomeado A'.

Feito isso, foi solicitado que medissem a distância entre o ponto e a linha divisória e a distância entre o ponto correspondente e a linha divisória de cada um deles, anote e responda:

a) O que observa ao comparar as medidas do ponto zero até o ponto em que você desenhou a bola no seu campo, \overline{OA} até o ponto correspondente no campo vizinho, $\overline{OA'}$?; b) Como você diferenciaria estas medidas, já que são iguais, mas os pontos estão localizados em campos distintos?

O registro ocorre em duas etapas: colagem do campo no caderno realizado na etapa anterior e a representação do jogo em uma reta numerada.

a) Desenhe uma reta ocupando toda a linha. No meio dela, marque um ponto para representar a dobra do seu jogo “Queimada com obstáculos” e represente-o pelo número zero demarcando assim o ponto de partida de todos os outros pontos. b) Represente na reta todos os pontos que você marcou e os seus correspondentes marcados no campo vizinho.

Os procedimentos usados pelos participantes revelaram aspectos interessantes sobre os números negativos e suas operações. Tanto os professores e licenciandos quanto os estudantes do Ensino Fundamental II, quiseram jogar uma segunda rodada e nesta, as duplas modificaram os tamanhos dos obstáculos e dos bonecos para que o adversário tivesse dificuldade para ganhar o jogo.

Ao serem solicitados sobre que conteúdos e habilidades são desenvolvidos no jogo, os participantes apontaram que os pontos são dispostos simetricamente em relação à dobra e que para saber quantos pontos cada um fez é preciso somar os pontos ganhos e perdidos, respectivamente, e encontrar a diferença entre eles. O que significa somar os números perdidos P e somar os números ganhos G, e encontrar a diferença entre eles P-G e identificar que o resultado será G ou P, se $|P| > |G|$ e será G se $|G| > |P|$.

Vale ressaltar aqui que o registro pode ser feito usando a inicial P e G das palavras Perdidos e Ganhos ao invés dos sinais positivos e negativos e deixar esta possibilidade para ser discutida após serem realizadas mais atividades e então buscar uma generalização para todos os códigos criados.

Para o registro do que foi feito no jogo sugere-se que sejam medidas as distâncias entre o lugar em que o ponto foi desenhado e a marca da dobra_ reta limítrofe entre os dois campos e as medidas entre o ponto espelhado e a reta. Nomear os pontos de onde a bola foi atirada usando

uma letra maiúscula do alfabeto latino A , por exemplo e a sua imagem no campo adversário usando a mesma letra com apóstrofe A' .

O professor poderá pedir aos seus alunos que cole o jogo no caderno para que fique registrado e em seguida propor que representem as medidas encontradas para uma reta desenhada no caderno. Lembrando de discutir com os alunos que agora a linha divisória do campo será representada por um ponto e o campo será a reta sobre a qual serão marcadas as medidas dos pontos encontradas no jogo.

É importante notar que haverá uma transposição da folha do papel para um segmento de reta e que muitas vezes os estudantes apresentam dificuldade em fazer esta passagem demandando assim, a intervenção e o auxílio do professor neste processo, ou seja, o professor precisa ouvir o que os estudantes estão entendendo, qual a dificuldade que apresentam e discutir com eles a possibilidade de representar a folha de papel por uma linha reta, a dobra ser representada por um ponto, correspondendo ao número zero; e cada um dos pontos (lugar em que ele marcou o lançamento e o lugar que atingiu no campo inimigo, serão agora marcados como pontos na reta de acordo com as medidas encontradas e que precisam ser representados, respectivamente, à direita e à esquerda do zero.

No encontro seguinte foi proposto uma tarefa envolvendo operações para serem realizadas na reta numérica tendo ela como suporte.

4. Finalizando o jogo.

Na avaliação oral, realizada no final do curso, os participantes apontaram que as aulas e a proposta foram bastante proveitosas e que foi reforçada pelo depoimento de um dos cursistas que apresentou depoimento sobre a realização do jogo Queimada com obstáculos para suas turmas. Em sua devolutiva disse que os alunos gostaram e que discutiram bastante sobre o uso do zero como ponto de partida e que entenderam a diferença entre ele o zero absoluto. Acharam interessante a ideia dos opostos representados em campos de opositores e que, portanto, agora entendiam o seu significado.

Praticar e conhecer os jogos serviu para que os professores percebessem a importância de vivenciar situações envolvendo os números negativos. A atividade também evidencia um novo significado para o zero, que ora representa a origem, o demarcador entre dois sentidos opostos e tem a função de representar o limite entre dois valores opostos representados pelos pontos marcados para acertar o alvo. Discutir os diferentes significados para o zero não é trivial.

Referências

BALDINO, Roberto Ribeiro. Sobre a epistemologia dos números inteiros. Educação Matemática em Revista. V. 4, n.5. p. 4-11. 1996. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1303>. Acesso em: 18 jul. 2025.

BORDIN, Laura Moreira; BISOGNIN, Eleni. Os materiais manipuláveis e a utilização de jogos pedagógicos no processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros. IN: *Anais do II CENMe IX EREM*, Ijuí, jun. 2011. Disponível em: <https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE80.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2024.

GLAESER, Georges. Epistemologia Dos Números Relativos. *Boletim GEPEM*, [S. l.], n. 57, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/302>. Acesso em: 18 jul. 2025.

POMMER, Wagner Marcelo. Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z . Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/296484532_Diversas_abordagens_das_regras_de_sinais_nas_operacoes_elementares_em_Z. Acesso em 07 mai. 2024.

SÁ, Pedro Franco de; et ali. Ensino de Números relativos por meio de atividades com calculadoras e jogos de regras. *Boletim Gepem*, n. 34, jan./jun. 2009. P. 121-138.