



O QUE DIZEM AS PESQUISAS SOBRE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS PROBABILÍSTICOS NOS ANOS FINAIS?

Lília Silva Santos¹ • Ewellen Tenório de Lima² • Juliana Azevedo Montenegro³

Eixo 4 – Práticas de Ensino da Matemática

Resumo: O trabalho apresenta um recorte de um estudo de dissertação em andamento e para aprimorá-lo, foi realizado o levantamento de estudos anteriores sobre o tema. Assim, teve-se por objetivo verificar as teses e dissertações nacionais publicadas a respeito das diferentes representações semióticas que aparecem em problemas probabilísticos direcionados aos Anos Finais do Ensino Fundamental, bem como, se apresentam relação com as demandas cognitivas da Probabilidade. Nesse sentido, foi desenvolvida uma revisão sistemática no Repositório ATTENA da UFPE e na BDTD. De 117 pesquisas encontradas por meio das estratégias de busca que englobam as temáticas da pesquisa, e a partir da aplicação dos critérios de exclusão, 02 foram selecionadas para compor os resultados, por terem sido desenvolvidos nos Anos Finais do Ensino Fundamental, trabalharem o tema de Probabilidade e analisarem os dados tendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como base. De acordo com os resultados desses estudos, alguns dos registros utilizados pelos alunos na resolução de problemas probabilísticos envolveram a árvore de possibilidades, desenho de diagramas, gráficos e tabelas de dupla entrada. Ambos os estudos mencionaram a dificuldade dos sujeitos com a representação fracionária para comunicar probabilidades. Esses estudos anteriores trataram ainda sobre a relevância do conhecimento prévio, inclusive relacionados à leitura e interpretação, pois estes são fatores que podem afetar a compreensão de fenômenos aleatórios. A respeito das demandas cognitivas da Probabilidade, um dos pesquisadores notou maior dificuldade dos estudantes quanto ao trabalho com o espaço amostral e à quantificação de probabilidades. Assim, considerando o número reduzido de trabalhos resultantes da revisão, nota-se a relevância de produzir pesquisas na área, como a da dissertação em desenvolvimento.

Palavras-chave: Probabilidade. Anos Finais. Demandas Cognitivas. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Revisão Sistemática.

1 Introdução

A respeito do campo da Probabilidade, Morgado *et al.* (2016) aponta que esta área da Matemática estuda os experimentos aleatórios ou aqueles não determinísticos, que ao serem repetidos de maneira idêntica, podem apresentar resultados distintos. A probabilidade de ocorrência de diferentes resultados é dada por uma quantidade, que pode ser calculada através da razão $P(A) = m/n$, com m expressando o número de elementos que compõem o evento cuja probabilidade se deseja quantificar e n o número de elementos do espaço amostral, isto é, a razão entre o número de casos favoráveis e o total

¹ Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Mestranda • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • lilia.ssantos@ufpe.br • ORCID 0000-0001-9155-1032

² Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutora • Caruaru, Pernambuco (PE), Brasil • ewellen.lima@ufpe.br • ORCID 0000-0002-3654-0370

³ Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutora • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • juliana.azevedo2@ufpe.br • ORCID 0000-0003-3570-9581





de resultados possíveis no experimento aleatório em questão. Estes autores destacam que por ser considerada uma função, a probabilidade de um evento A , dada por $P(A)$ - que determina valores de probabilidade para o evento, algumas condições precisam ser satisfeitas: “1) $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento $A \subset \Omega$; 2) $P(\phi) = 0, P(\Omega) = 1$; 3) Se A e B são eventos mutuamente exclusivos $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ” (Morgado *et al.*, 2016, p. 118).

Na Educação Básica, o estudo da Probabilidade é expresso na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) inserida na unidade temática Probabilidade e Estatística, que propõe o estudo da incerteza bem como do tratamento de dados, a fim de que os estudantes façam julgamentos com fundamentos, interpretando dados corretamente e tomando decisões. Para isto ocorrer, este documento destaca que é preciso “raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos” (Brasil, 2018, p. 274). Ainda, por dispor de uma unidade própria nesse documento curricular, existem habilidades referentes ao trabalho com a Probabilidade prescritas para todos os anos da Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio), se aproximando da defesa de um trabalho contínuo e progressivo que favoreça o desenvolvimento do raciocínio probabilístico dos estudantes.

De acordo com a BNCC, nos Anos Finais do Ensino Fundamental, envolvendo turmas do 6º ao 9º ano, “o ensino deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica - probabilidade frequentista” (Brasil, 2018, p. 274).

As habilidades propostas na BNCC (Brasil, 2018) para a Probabilidade envolvem a construção de espaços amostrais, quantificações de probabilidade e uso de representações diversas dos números racionais para apresentar os resultados: razão, decimal e percentual. As habilidades referentes a essa etapa da escolarização são quatro:

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos;

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências;

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1;

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos (Brasil, 2018, p. 305-319).





Contemplar estas habilidades requeridas na BNCC é necessário durante o ensino da Probabilidade, a fim de que os estudantes sejam estimulados a desenvolverem o raciocínio probabilístico. Gal (2004, p. 43) aponta que “o aprendizado de probabilidade é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que eventos aleatórios e fenômenos fortuitos permeiam nossas vidas e ambientes”. Dessa forma, defende-se que fazer uso de situações reais em problemas de Probabilidade é importante, especialmente quando estas situações se relacionam ao contexto dos sujeitos; bem como incentivar o uso de diferentes registros de representações semióticas, como mencionado por Duval (2009) e da realização de transformações das representações, para que acesse o objeto matemático.

Este trabalho de Comunicação Científica apresenta um recorte de um estudo de dissertação em etapa inicial de desenvolvimento, que possui objetivo geral de analisar conhecimentos probabilísticos de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e a utilização de diferentes representações na resolução de problemas abordando diferentes demandas cognitivas da Probabilidade. A fim de aprimorar o desenvolvimento deste estudo, foi realizada uma revisão sistemática para levantar pesquisas sobre o tema, justificando assim este trabalho que tem por objetivo verificar as publicações de teses e dissertações nacionais a respeito das diferentes representações semióticas que aparecem em problemas probabilísticos direcionados aos Anos Finais do Ensino Fundamental, bem como se apresentam relação com as demandas cognitivas da Probabilidade. A revisão busca responder a seguinte questão: o que os trabalhos publicados indicam sobre representações semióticas utilizadas na resolução de problemas probabilísticos nos Anos Finais?

Nas próximas seções são apresentados os referenciais teóricos que fundamentam a presente pesquisa.

2 Demandas cognitivas da Probabilidade

Em um estudo de revisão de literatura a respeito de como as crianças compreendem a Probabilidade, desenvolvido pelos autores Peter Bryant e Terezinha Nunes (2012), eles identificaram e apresentaram as chamadas quatro demandas cognitivas da Probabilidade, que são processos utilizados na aprendizagem deste campo pelas crianças. Essas demandas são inter relacionadas entre si e, juntas, proporcionam um amplo desenvolvimento do raciocínio probabilístico.





A aleatoriedade é considerada a primeira das demandas cognitivas, que envolve compreender a natureza dos eventos aleatórios; abrangendo a incerteza nos resultados dos eventos que ocorrerão. Ainda, é tida como uma parte importante no cotidiano das pessoas (Bryant; Nunes, 2012).

A segunda demanda cognitiva é denominada por Bryant e Nunes (2012) como sendo o espaço amostral. Considera-se que calcular os possíveis eventos e as sequências de eventos que podem ocorrer é uma etapa importante e necessária para resolver os problemas probabilísticos. Além disso, é válido destacar que o cálculo do espaço amostral não visa apenas o cálculo probabilístico de certo evento; é considerado um elemento fundamental para compreensão da natureza da Probabilidade. E o cálculo de eventos específicos será possível apenas se forem conhecidas todas as possibilidades.

Já a comparação e quantificação de probabilidades é considerada por Bryant e Nunes (2012) a terceira demanda cognitiva. Os autores destacam que as “probabilidades são quantidades baseadas em proporções, e é preciso calcular essas proporções para fazer a maioria (mas não todas) das comparações das probabilidades de dois ou mais eventos” (Bryant; Nunes, 2012, p. 4, tradução nossa), podendo ser representadas em decimais, na forma fracionária, ou percentual. Tem-se também que a resolução da maioria das questões probabilísticas envolvem o cálculo de uma ou várias proporções, embora algumas possam ser solucionadas por meio de relações de mais ou maior, que são consideradas simples.

A última demanda cognitiva se refere à compreensão da correlação entre eventos (Bryant; Nunes, 2012). Para isso, é necessário entender também as outras três demandas cognitivas. Nota-se a relevância da associação de dois eventos que pode ocorrer de forma aleatória ou alternativamente, e representar uma relação genuína. Para saber se é uma relação aleatória, deve-se analisar baseado nas evidências e verificar se a frequência dos casos ocorreram ao acaso. Ou seja, os autores destacam que “o pensamento correlacional também depende de as crianças perceberem que a maneira de descobrir se uma associação é aleatória ou não é considerar a quantidade relativa de evidências confirmatórias e não confirmatórias” (Bryant; Nunes, 2012, p. 7, tradução nossa).

Dessa forma, nota-se a importância das diferentes demandas cognitivas (aleatoriedade, espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades e correlação entre eventos) serem exploradas ao longo da escolarização para que o raciocínio probabilístico seja efetivamente e amplamente desenvolvido pelos estudantes.





Além das demandas cognitivas da Probabilidade, o presente trabalho adota como referencial teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, apresentada a seguir.

3 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

O filósofo e psicólogo Raymond Duval desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), fruto de seu trabalho realizado na França, entre 1970 até 1995, no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (Freitas; Rezende, 2013). Duval (2009) discute sobre o funcionamento cognitivo e a aprendizagem das matemáticas, permitindo analisar atividades cognitivas que são fundamentais como o raciocínio, a conceitualização, compreender textos e solucionar problemas, requerendo:

a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens: sistemas variados de escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógica que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc (Duval, 2009, p. 13).

Os argumentos apresentados por Duval (2009) destacam que para ocorrer a compreensão em matemática, tem-se a necessidade de distinguir o objeto matemático (como números e funções) de sua representação (exemplo a escritura em fração e o símbolo por meio dos gráficos), visto que um mesmo objeto pode ser representado de distintas maneiras. E o segundo argumento relaciona-se às representações mentais, que envolve o conjunto de conceitos e imagens que o sujeito pode ter a respeito de um objeto, uma determinada situação ou sobre o que lhe é associado. Tem-se, segundo o autor, que as representações semióticas são “as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica)” (Duval, 2009, p. 15), podendo ser a forma como as pessoas expressam as suas representações mentais, sendo subordinadas a estas e contemplando apenas a questão das funções necessárias para a comunicação.

As representações semióticas na Matemática são importantes para a comunicação do aluno, e também para desenvolver a atividade nesta área. Considera-se ainda que realizar tratamentos nos objetos matemáticos têm dependência direta com a representação semiótica empregada; e que a função do tratamento não abrange as representações mentais, pois só pode ser completada pelas representações semióticas. Seu uso surge principalmente por meio da atividade, parecendo ser essencial para tal (Duval, 2009).





Além disso, Raymond Duval destaca que “o progresso do conhecimento vem acompanhado sempre da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos novos e específicos que coexistem mais ou menos com o primeiro dentre eles, aquele da língua natural” (Duval, 2009, p. 16). Apontando ainda que nenhum conhecimento pode ser mobilizado pelos indivíduos sem que haja atividades de representação. Machado (2017) reforça que podem proporcionar o desenvolvimento integral dos estudantes, envolvendo o raciocínio, a capacidade de analisar e também visualizar.

Enfatiza-se também que os sistemas semióticos precisam permitir que se cumpra três atividades cognitivas essenciais a toda representação. As atividades envolvem: 1) diversificar os registros de representação semiótica; 2) distinguir representante do representado, ou ainda sobre a forma e conteúdo de uma representação; e 3) a “coordenação entre os diferentes registros [...] disponíveis: o conhecimento de regras de correspondência entre dois sistemas semióticos diferentes não é suficiente para que eles possam ser mobilizados e utilizados juntos” (Duval, 2009, p. 38).

Assim, de acordo a TRRS o indivíduo possivelmente terá acesso ao objeto matemático representado se atender a dois requisitos: dispor “de ao menos dois sistemas semióticos diferentes para produzir a representação de um objeto, de uma situação, de um processo [...] e que eles possam converter ‘espontaneamente’ de um sistema semiótico a outro” (Duval, 2009, p. 38), mesmo que ele não perceba as representações que foram produzidas. Ainda, as representações distintas podem passar pelo processo de transformação de uma representação na outra, por meio dos tratamentos ou das conversões (Machado, 2017). Sendo que:

Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua (Duval, 2009, p. 39).

Nesse sentido, na Probabilidade (e atrelado ao trabalho com as diferentes demandas cognitivas,) diferentes representações, tais como linguagem natural, árvore de possibilidades, diagramas, gráficos e tabelas, podem ser exploradas, bem como diferentes tratamentos e conversões devem ser incentivados durante o ensino, a fim de munir os estudantes da Educação Básica de um repertório de representações para o desenvolvimento de seus raciocínios probabilísticos.





Na seção a seguir, é explicitada a metodologia adotada na realização da revisão sistemática mencionada.

4 Metodologia

A fim de verificar as publicações de teses e dissertações nacionais a respeito das diferentes representações semióticas que aparecem em problemas probabilísticos em turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental e se apresentam relação com as demandas cognitivas da Probabilidade, e responder o que os trabalhos publicados indicam sobre representações semióticas utilizadas na resolução de problemas probabilísticos nos Anos Finais, foi realizada uma Revisão Sistemática, baseada nas seguintes etapas de elaboração mencionadas por Briner e Denyer (2012): Identificar o problema e o tema da pesquisa; Definir local de busca; Filtrar os dados de acordo os critérios de elegibilidade; Avaliar os estudos selecionados, sintetizar e extrair as informações relevantes; Interpretar os resultados e apresentá-los.

Os critérios de inclusão utilizados para selecionar as pesquisas foram aqueles abordando a Probabilidade nos Anos Finais, analisados à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica; e buscando notar relações com as demandas cognitivas. Os critérios de exclusão envolveram os estudos de outras áreas do conhecimento, sem ênfase com a Probabilidade; não ser sobre Educação; pesquisas com outros níveis de ensino (Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos, Ensino Superior); e os Trabalhos de Conclusão de Curso. Vale ressaltar que não houve recorte temporal no levantamento.

A busca foi realizada nas plataformas ATTENA: Repositório da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), em julho de 2025. Considerando o objetivo proposto na dissertação, os termos desta revisão foram desenvolvidos pensando na articulação entre Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as demandas cognitivas e a TRRS a fim de verificar as pesquisas existentes a respeito.

No ATTENA as estratégias foram cinco: I) Todo o repositório > Por: Teoria dos Registros de Representação Semiótica > Filtros correntes: Assunto > Contém > Ensino fundamental; II) Todo o repositório > Por: Teoria dos Registros de Representação Semiótica > Filtros correntes: Assunto > Contém > Probabilidade; III) Todo o repositório > Por: Demandas cognitivas > Filtros correntes: Assunto > Contém > Representações





semióticas; IV) Todo o repositório > Por: Demandas cognitivas > Filtros correntes: Assunto > Contém > Probabilidade; V) Todo o repositório > Por: Demandas cognitivas > Filtros correntes: Assunto > Contém > Ensino Fundamental E Filtros correntes: Assunto > Contém > Anos Finais.

Na BDTD também utilizou-se cinco formas de busca: I) Todos os campos: Teoria dos Registros de Representação Semiótica E Todos os campos: Ensino Fundamental E Todos os campos: Anos Finais; II) Todos os campos: Teoria dos Registros de Representação Semiótica E Todos os campos: Ensino Fundamental E Todos os campos: Probabilidade; III) Todos os campos: Representação semiótica E Todos os campos: Probabilidade; IV) Todos os campos: Demandas cognitivas E Todos os campos: Representações semióticas; V) Todos os campos: Demandas cognitivas E Todos os campos: Probabilidade E Todos os campos: Ensino Fundamental.

A seguir são apresentados os resultados obtidos a partir das bases de dados mencionadas.

5 Resultados e discussão

A partir da busca realizada, foram encontradas 117 pesquisas (Quadro 1) publicadas entre os anos de 2004 a 2025. Destas, 36 eram Teses, 69 Dissertações e 12 Trabalhos de Conclusão de Curso. Estes últimos não foram incluídos na revisão, dado critério de exclusão já mencionado. A partir da leitura dos títulos e resumos dos demais trabalhos, 28 pesquisas foram excluídas por serem relacionados a: Língua Portuguesa e comunicação (12), Psicologia (01), Geografia (04), Jogos eletrônicos e pensamento computacional (03), Modelos de opções financeiras (01), Ciências, Biologia e Química (04), Gênero (01), Deficiência e autoestima (01), Representações sociais (01).

Quadro 1 – Estratégias de buscas utilizadas nas plataformas e a quantidade de estudos encontrados

ATTENA: Repositório Digital da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) = 72				
Todo o repositório. Por: Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Filtros correntes: Assunto > Contém > Ensino fundamental	Todo o repositório. Por: Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Filtros correntes: Assunto > Contém > Probabilidade	Todo o repositório. Por: Demandas cognitivas. Filtros correntes: Assunto > Contém > Representações semióticas	Todo o repositório. Por: Demandas cognitivas. Filtros correntes: Assunto > Contém > Probabilidade	Todo o repositório. Por: Demandas cognitivas. Filtros correntes: Assunto > Contém > Ensino Fundamental E Filtros correntes: Assunto > Contém > Anos finais
40	4	2	19	7
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) = 45				





Todos os campos: Teoria dos Registros de Representação Semiótica E Todos os campos: Ensino Fundamental E Todos os campos: Anos Finais	Todos os campos: Teoria dos Registros de Representação Semiótica E Todos os campos: Ensino Fundamental E Todos os campos: Probabilidade	Todos os campos: Representação semiótica E Todos os campos: Probabilidade	Todos os campos: Demandas cognitivas E Todos os campos: Representações semióticas	Todos os campos: Demandas cognitivas E Todos os campos: Probabilidade E Todos os campos: Ensino Fundamental
16	4	12	7	6

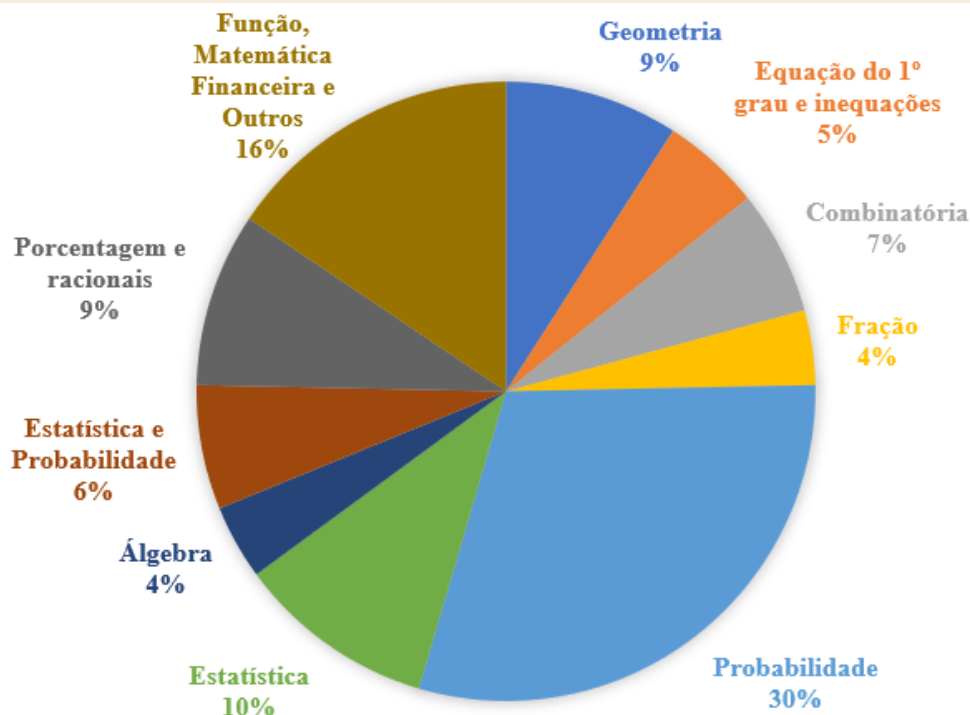
Fonte: Autoria própria (2025).

Dos 77 estudos restantes, 14 analisaram o estudo apenas a luz da TRRS e 10 associando a TRRS: a Teoria dos Campos Conceituais (02), com a Teoria Antropológica do Didático (01), a Teoria da Objetivação (01), com o Letramento Probabilístico de Gal (02), a Atividade de Modelagem de Horn (01), com a Literacia Financeira (01), a Teoria dos Campos Conceituais e a Fase Cognitiva da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (01) e relacionada à Nunes, Bryant, Piaget, Gal e outros autores (01). Relacionado às demandas cognitivas de Bryant e Nunes, 03 analisaram a pesquisa baseado apenas neles e 01 analisou as demandas associadas a autores como Piaget, Gal, Duval e outros.

Além disso, dos 77 estudos, 28 foram selecionados a partir da temática: 23 (30%) deles eram sobre Probabilidade e 05 (6%) de Estatística e Probabilidade (Gráfico 1). Destes 28, 13 se desenvolveram nos Anos Finais do Ensino Fundamental e foram selecionados para análise mais detalhada por meio da leitura do resumo e de palavras-chaves dentro do texto. Dos 13 estudos, apenas 02 tiveram relação com o tema proposto nesta revisão e analisaram seus dados baseados na TRRS e associada a outras teorias como Letramento Probabilístico de Gal (Moraes, 2017) e 01 associado às Demandas Cognitivas de Bryant e Nunes, Piaget, Gal, Duval e outros autores (Grenchi, 2016).

Gráfico 1 – Distribuição dos trabalhos selecionados (por tema)





Fonte: Autoria própria (2025).

Em sua dissertação, Moraes (2017, p. 8) buscou “descrever e analisar um cenário de ensino-aprendizagem do conceito de Probabilidade” em uma pesquisa de campo com 02 turmas do 9º ano do EF, analisando a luz da TRRS e do Letramento Probabilístico segundo Gal. As atividades propostas foram sobre a Probabilidade clássica e também a frequentista, envolveu processos de contagem articulados à Estatística, “uma sequência didática que utiliza experimentos aleatórios, espaço amostral, probabilidade de eventos simples, eventos compostos, gráficos de barras, frequência relativa, tabela de distribuição de frequência e o diagrama da árvore” (Moraes, 2017, p. 8). À luz da TRRS, o autor considerou que o uso de diferentes registros de representação semiótica podem potencializar o estudo de um objeto matemático, que foi a Probabilidade.

Após as análises dos resultados, Moraes (2017) notou que alguns alunos se equivocaram “no uso da linguagem probabilística e também emitiram distintos graus de incertezas em acontecimentos de natureza aleatória, porém a maioria das duplas apresentaram um certo domínio com a linguagem probabilística” (Moraes, 2017, p. 95); que eles fizeram uso de conhecimento prévio; todas as 17 duplas da pesquisa mostraram “entendimento do conceito de aleatoriedade associado ao conceito de chance” (Moraes, 2017, p. 97).

Essa última consideração é interessante dado que o conceito de chance é diferente do conceito de Probabilidade: a probabilidade é um valor numérico que quantifica a





chance de ocorrência de um dado evento. Assim, essa compreensão de aleatoriedade associada à chance pode ser o pontapé inicial para quantificar eventos aleatórios a partir de espaços amostrais. Ainda, alguns alunos tiveram dificuldades de realizar a conversão da forma de fração para porcentagem; 14 duplas conseguiram “diferenciar as duas formas de atribuir probabilidades, associando a frequência relativa à experimentação e a probabilidade teórica ao diagrama de possibilidades” (Moraes, 2017, p. 97).

Notou-se também que a maioria dos estudantes conseguiu construir conceitos, por meio do processo de representação das atividades propostas com diferentes representações, como “[...] (desenhos, diagramas, gráficos, língua natural materna e outros), tornando-se estes partícipes do seu processo de construção do conhecimento” (Moraes, 2017, p. 97), onde pode permitir aprimorar a interpretação de informações probabilísticas de maneira crítica.

Já a tese de Grenchi (2016) visou “analisar, identificar e compreender as possíveis contribuições do programa de ensino sobre probabilidade e risco para aprendizagem significativa de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental” (Grenchi, 2016, p. 7), e também essas contribuições na prática docente dos professores de Matemática das turmas em questão. Apontou como base teórica: “Nunes, Bryant, Piaget, Inhelder, Heitele, Garfield, Ahlgren, Brorovenik, Batanero, Watson, Ireland, Gal, Girenzer, Hoffrage, Evans e Brant” (Grenchi, 2016, p. 7) e para elaboração do módulo de ensino, baseou-se na teoria de Duval.

Grenchi (2016) apontou que, por meio do programa de ensino, os alunos tiveram melhor compreensão a respeito dos “conceitos de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades” (Grenchi, 2016, p. 7), ou seja, de demandas cognitivas da Probabilidade. Já relacionado ao risco, indicaram ter prévios ou intuitivos conhecimentos sobre o assunto - o que pode ser um caminho para o trabalho com a demanda cognitiva referente ao entendimento de correlações. Para os professores, mostrou ser benéfico devido ao uso de “materiais concretos e de atividades específicas para o ensino probabilístico” (Grenchi, 2016, p. 7), indicando que o programa demonstrou ser uma didática interessante para o letramento probabilístico.

No conceito sobre aleatoriedade, o autor menciona que parece ter contribuído para que os estudantes “compreendessem a diferença entre eventos impossíveis e improváveis, como também, [...] as possibilidades de ocorrência de eventos envolvendo o resultado da soma no lançamento de dados honestos” (Grenchi, 2016, p. 193-194), já envolvendo os





eventos simultâneos, “possuíam conhecimentos prévios ou boas intuições” (Grenchi, 2016, p. 194).

A respeito do espaço amostral, Grenchi (2016) aponta que os alunos conseguiram identificá-lo fazendo uso de representações como tabelas de dupla entrada e a construção de árvores de possibilidades. Ainda, dos 319 alunos participantes da pesquisa, 45 apresentaram dificuldade ou desatenção na atividade sobre padrões de figuras - tal atividade envolvia as demandas relacionadas ao espaço amostral e à comparação de probabilidades: três cartas distintas foram embaralhadas e seriam retiradas duas cartas, sendo perguntado o que era mais provável de acontecer e a sua justificativa.

Ao observar o espaço amostral, Grenchi (2016) menciona que muitos alunos conseguiram determinar quantidades de combinações, quantificando probabilidades. Já quando as probabilidades eram expressas por meio de frações para realizar comparações, 121 estudantes tiveram dificuldades, o que destaca a importância de voltar o olhar para as representações envolvidas no ensino e na aprendizagem de Probabilidade. Concluiu que o programa não contribuiu para que reconhecessem “um padrão previsível entre as probabilidades conhecidas de dois eventos e identificar a ocorrência de maior frequência” (Grenchi, 2016, p. 194), isto é, comparar probabilidades.

A respeito do raciocínio correlacional, o autor informou que não tiveram evidências por meio do teste pré-intervenção e pós-intervenção de que o programa proporcionou significativas contribuições, pois os alunos já pareciam ter facilidade na dedução ou conhecimento prévio, demonstrando habilidades e autonomia para tomarem decisões sobre “relações entre probabilidades” (Grenchi, 2016, p. 194).

Ambos os pesquisadores, Moraes (2017) e Grenchi (2016) notaram a dificuldades dos alunos com a fração. A transformação dela em porcentagem no primeiro estudo, e no segundo, a comparação de probabilidades que foram representadas por meio de frações mostrou ser difícil para os estudantes. Silveira *et al.* (2024, p. 4) ressaltam que “a interpretação de fração como razão possui a ideia de proporção ou comparação”, e que a razão se relaciona às diversas maneiras de construções proporcionais, como na Probabilidade. Bryant e Nunes (2012) apontaram na terceira demanda cognitiva: a comparação e quantificação de probabilidades, que muitas pessoas ao realizarem o cálculo de probabilidades condicionais, com frequência sentem dificuldades, ainda mais se os dados fornecidos não estiverem expressos em números absolutos, e sim na forma





fracionária ou decimal, o que indica a importância de ações interventivas nesse sentido com estudantes.

Outro ponto em comum entre os estudos selecionados a partir da revisão foi sobre o conhecimento prévio dos alunos e sua relevância. Moraes (2017) aponta que para o estudante desenvolver ou aprimorar “saberes e práticas de leitura, escrita e interpretação e tratamento crítico da informação, [...] o conhecimento prévio, [...] um grau de vocabulário pertinente à linguagem probabilística, afetam a forma de julgamento [...] de fenômenos aleatórios” (Moraes, 2017, p. 31). Sobre isso, Bryant e Nunes (2012) apontaram que inicialmente as crianças sentem dificuldade para diferenciar eventos aleatórios, porém, relacionado a aleatoriedade, adquirem ideias que são consideradas relevantes e razoáveis.

Já Grenchi (2016) utilizou um pré-teste diagnóstico sobre Probabilidade e Risco a fim de observar o prévio conhecimento dos alunos sobre o assunto. Diferente do primeiro estudo, o autor apontou que os alunos apresentaram conhecimento sobre “a aleatoriedade envolvendo eventos simultâneos” (Grenchi, 2016, p. 194) - ponto comentado por Bryant e Nunes (2012); enfatizando também as habilidades notadas em relação à compreensão de risco. Ainda, as dificuldades apresentadas pelos estudantes relacionadas às demandas cognitivas se relacionaram às demandas do espaço amostral e da quantificação de Probabilidade.

6 Considerações finais

A resolução de questões probabilísticas pelos alunos, levando em conta as diferentes demandas cognitivas, pode ser uma importante ferramenta para verificar seu desenvolvimento sobre o assunto e a manifestação de conhecimentos prévios, bem como as representações semióticas que aparecem durante a resolução. Tomando-se por base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, defende-se que podem possibilitar que os sujeitos tenham acesso ao objeto matemático se atender aos requisitos de mobilizarem pelo menos dois registros ao mesmo tempo, ou que ocorra a transformação de uma representação em outra, de forma espontânea, por meio dos tratamentos e conversões.

Das 117 pesquisas encontradas a partir da revisão sistemática realizada, 13 foram desenvolvidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental trabalhando o conteúdo de Probabilidade. E destes estudos, apenas 02 analisaram os resultados com base na TRRS,





estando esta associada a outras teorias, como o Letramento Probabilístico de Gal e as demandas cognitivas de Bryant e Nunes.

Moraes (2017) enfatizou o uso de diferentes representações pelos alunos durante a resolução de problemas, como a língua materna, os desenhos, gráficos e diagramas; ressaltando a presença de conhecimentos prévios sobre os eventos aleatórios, enquanto Grenchi (2016) notou a manifestação desse conhecimento relacionado a quantificação de probabilidade e a correlação entre eventos. Embora tenha escrito no resumo que estava usando vários autores como aporte teórico, ele analisou seus resultados baseado principalmente nas demandas cognitivas da Probabilidade, apontando representações no espaço amostral através da árvore de possibilidades e a tabela de dupla entrada.

Nos relatos de ambas as pesquisas, notou-se, sobre as transformações, a presença de tratamentos, expressando inclusive a dificuldade de transformar a fração em decimal, ou de comparar probabilidades expressas em frações; de conversões, ao transitar da escrita para formas gráficas, diagramas, entre outras representações.

A partir do pequeno número de pesquisas identificado, e dos estudos analisados, percebe-se que este constitui um importante campo de investigações, considerando a relevância das representações para aprimorar a comunicação, interpretação e raciocínio probabilístico dos estudantes. Atendendo assim, ao objetivo e problema propostos neste estudo de revisão, que é um recorte da dissertação e a continuidade/ampliação da revisão sistemática para compreender com mais profundidade a literatura existente.

Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação é a Base. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRINER, R.B.; DENYER, D. Systematic review and evidence synthesis as a practice and scholarship tool. In: ROUSSEAU, D.M. *The Oxford handbook of evidence-based management*. Reino Unido: Oxford University Press, 2012, p. 112-129.

BRYANT, P. NUNES, T. *Children's understanding of probability: A literature review (full report)*. London: Nuffield Foundation, 2012.

DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano*: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FREITAS, J.L.M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v.2, n.3, p. 9-34, 2013.





GAL, I. Towards “Probability Literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: GRAHAM, A. J. (org.). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. Boston, MA: Springer US, 2004, p. 43-70.

GRENCI, W.A. *Contribuições de um programa de ensino para o letramento probabilístico na educação básica*. 2016. 216f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

MACHADO, S.D.A. *Aprendizagem em Matemática - Registros de representação semiótica*. 1ª ed. Campinas: Papyrus Editora, 2017.

MORAES, C.A.S. *Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do Ensino Fundamental*. 2017. 101f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - PPGECE, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

MORGADO, A.C.; CARVALHO, J.B.P.; CARVALHO, P.C.P.; FERNANDEZ, P. *Análise combinatória e Probabilidade: com as soluções dos exercícios*. 10ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

SILVEIRA, E.; SOUZA, M.A.V.F.; POWELL, A.B. Estudo de frações: superficialidades, parcialidades ou equívocos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v.38, e230100, [s.p.] 2024.

