



ALGORITMO COMPUTACIONAL EM SCILAB PARA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE TRELIÇAS COM CRITÉRIOS DE ESTATICIDADE

Eros Adrian Santos Franco de Moraes¹, Luiz Antonio Farani de Souza²

¹Acadêmico do Curso de Engenharia Civil, *Campus* Apucarana-PR, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Bolsista PIBIC - Fundação Araucária .eroseasfdm@gmail.com

²Orientador, Doutor, Docente no Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pesquisador do Programa Pós-Graduação de Engenharia Civil. lasouza@utfpr.edu.br

RESUMO

Este trabalho aborda a otimização topológica de treliças, um desafio relevante na engenharia estrutural para alcançar soluções eficientes e sustentáveis. O objetivo é desenvolver e validar um algoritmo computacional que garanta topologias estaticamente válidas em treliças planas. Focando nas limitações de estaticidade em abordagens existentes, o estudo desenvolveu e validou um algoritmo computacional em Scilab, baseado no método Evolutionary Structural Optimization (ESO). A metodologia implementa o Método dos Elementos Finitos (MEF) para análise estrutural e integra critérios de verificação de estaticidade e rotinas de recuperação de conectividade, garantindo a viabilidade das topologias geradas a cada iteração. A eficácia do algoritmo foi demonstrada nos estudos de caso, com o primeiro exemplo convergindo para uma solução validada na literatura. Para a clássica treliça de Michell, a topologia obtida apresentou similaridades com a forma analítica, embora as diferenças sejam atribuídas à priorização da estaticidade e à natureza discreta do problema. Este trabalho contribui com uma abordagem inovadora para otimização topológica de treliças, com ênfase na estática da estrutura.

PALAVRAS-CHAVE: ESO; Elementos Finitos; Treliças Planas.

1 INTRODUÇÃO

A engenharia de estruturas busca conceber e analisar estruturas para garantir segurança, funcionalidade e durabilidade, desempenhando um papel essencial no desenvolvimento da sociedade. O avanço da capacidade computacional e das modelagens numéricas tem impulsionado a busca por soluções otimizadas, que procuram aliar o menor custo ao maior desempenho estrutural (Ramos et al., 2024). Nesse contexto, a otimização topológica surge como uma ferramenta eficaz, permitindo alterar o layout da estrutura para otimizar a eficiência e economizar material (Cavalcante, 2022). Essas metodologias são poderosas para maximizar o desempenho estrutural através da disposição ideal de material e são particularmente úteis nas fases iniciais de projeto, auxiliando na identificação de configurações promissoras (Zuo; Han; Liu, 2023; Bendsøe; Sigmund, 2004).

O presente trabalho concentra-se na otimização topológica de treliças, um tema bastante explorado no campo da otimização estrutural. Contudo, quando aplicado a estruturas discretas, como as treliças, surgem desafios adicionais relacionados a condições de contorno, estabilidade e requisitos de fabricação (Zhang; Xie; Zhou, 2023). Conforme Nwe e Guest (2019), formulações tradicionais de otimização topológica para treliças muitas vezes resultam em soluções instáveis, com elementos propensos a escoamento ou flambagem. Em alguns casos, notam-se estruturas com baixo grau de estaticidade, podendo inclusive gerar estruturas hipostáticas.

Para enfrentar esses desafios, este estudo propõe e valida um algoritmo computacional para otimização topológica de treliças planas, baseado no método *Evolutionary Structural Optimization* (ESO), proposto por Xie e Steven (1992). O ESO se baseia na remoção gradual de material ineficiente e é valorizado por gerar topologias otimizadas com resultados bem definidos (Huang e Xie, 2007). A análise estrutural para este método será realizada utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo calcular as tensões e avaliar a eficiência das barras e a estaticidade da estrutura. A



implementação computacional será desenvolvida em Scilab, versão 2025.1.0 (Scilab, 2025), um software livre amplamente utilizado em aplicações científicas e de engenharia (Annigeri, 2006).

Com o objetivo de validar as topologias otimizadas em comparação com soluções de referência da literatura, este estudo implementa o algoritmo ESO em Scilab com análise via MEF. Além disso, integra critérios de remoção que asseguram a estaticidade da estrutura a cada iteração e avalia seu desempenho por meio de estudos de caso.

Este trabalho caracteriza-se como pesquisa aplicada, de abordagem quantitativa e exploratória, com objetivos de desenvolvimento e validação de metodologia computacional, utilizando estudos de caso para avaliação. Os exemplos numéricos confirmam a capacidade do algoritmo em gerar topologias estaticamente válidas e comparáveis a referências da literatura, estabelecendo uma metodologia sistemática para otimização topológica de treliças e abrindo caminho para futuros refinamentos com critérios adicionais de desempenho, como rigidez ou resistência à flambagem.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O algoritmo de otimização topológica foi implementado integralmente em Scilab, operando sobre uma malha inicial densa (*ground structure*), que estabelece o domínio máximo de projeto. O programa recebe como entrada dados geométricos da estrutura (nós, elementos, condições de contorno e carregamento) e as propriedades do material, gerando como saída a topologia final otimizada.

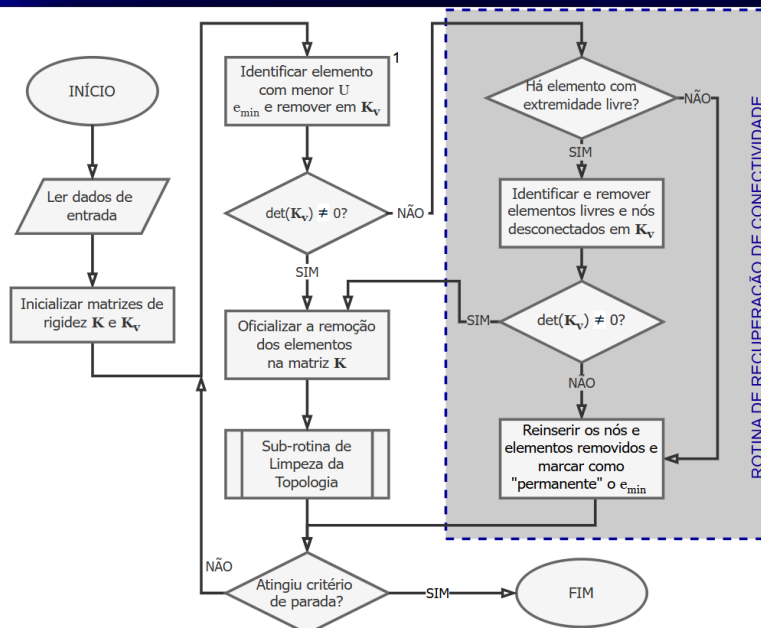
A Figura 1 apresenta o fluxograma geral do algoritmo, enquanto a Figura 2 detalha a sub-rotina de limpeza da topologia, também representada em fluxograma.

O funcionamento do algoritmo inicia-se com a leitura dos dados de entrada e a geração da malha inicial. Em seguida, é executado um *loop* iterativo de otimização, no qual, a cada iteração, ocorre a análise pelo MEF para calcular as tensões e deformações das barras. Com base nos resultados, é identificado o elemento menos eficiente, candidato à remoção, utilizando como critério a energia de deformação axial (U), calculada para cada barra pela equação:

$$U = 0,5 E A \delta^2 / L_0 \quad (1)$$

onde E é o módulo de Young, A a área da seção transversal, L_0 o comprimento indeformado e δ a deformação axial total. A energia de deformação indica a contribuição do elemento para a rigidez da estrutura (Tanskanen, 2002; Chu et al., 1996).

Após a seleção do elemento candidato, é realizada a verificação de estaticidade, utilizando duas matrizes de rigidez: a Matriz de Rigidez Global (\mathbf{K}), empregada para a análise estrutural e na qual elementos removidos recebem uma área de seção transversal mínima não nula para evitar singularidades numéricas (Luiz, 2020); e a Matriz de Verificação de Topologia (\mathbf{K}_v), utilizada para diagnosticar a estaticidade real, zerando efetivamente a contribuição dos elementos removidos. A singularidade de \mathbf{K}_v aponta para a instabilidade estrutural, permitindo movimentos de corpo rígido (Bathe, 2016). Portanto, a remoção do elemento candidato é simulada em \mathbf{K}_v . No caso dessa matriz tornar singular é acionada a rotina de recuperação de conectividade, que é responsável por remover barras com extremidades livres e nós isolados.



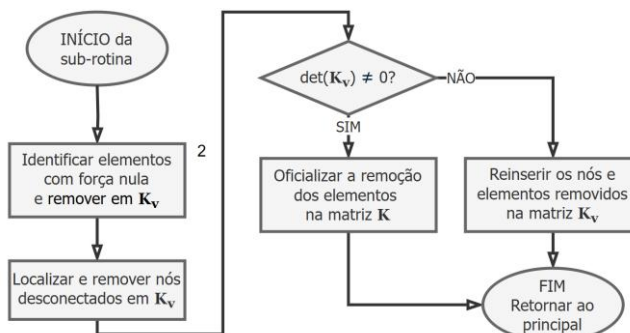
¹ Elementos marcados como "permanentes" são ignorados no critério de energia de deformação U

Figura 1: Fluxograma do algoritmo proposto

Fonte: Os autores (2025).

A remoção de um ou mais elementos só é efetivada se K_v permanecer estática após a verificação inicial ou após a rotina de recuperação. Caso contrário, o elemento é marcado como "permanente" e ignorado em iterações futuras.

Complementando o procedimento, a sub-rotina de limpeza da topologia (Figura 2) identifica e remove elementos supérfluos com força interna nula (dentro de uma tolerância numérica) na matriz K atualizada desde que K_v não se torne singular. Elementos marcados como permanentes não são removidos por essa rotina.



² Elementos marcados como "permanentes" são ignorados no critério de força nula

Figura 2: Fluxograma da sub-rotina de limpeza de topologia

Fonte: Os autores (2025).

O ciclo iterativo de otimização é finalizado quando todos os elementos ativos restantes foram testados, não puderam ser removidos sem comprometer a estaticidade e foram marcados como permanentes. Desta forma, o algoritmo assegura que a topologia final seja estável e viável, integrando de forma sistemática a análise estrutural, remoção de elementos e refinamento da topologia.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para avaliar o desempenho do algoritmo proposto, foram conduzidos estudos de caso com treliças planas, cujos resultados são apresentados e discutidos a seguir.



3.1 EXEMPLO NUMÉRICO 1

O primeiro exemplo consiste em uma treliça discretizada com 6 barras interligando 4 nós, dispostos em um quadrado. Nesta configuração, os nós da extremidade inferior foram considerados engastados em ambas as direções (impedindo translações nos eixos x e y), e uma força horizontal foi aplicada no nó superior esquerdo. A Figura 3 apresenta a *ground structure* inicial (a) e a topologia otimizada obtida pelo algoritmo desenvolvido (b).

Observa-se, que a topologia obtida apresenta excelente concordância com a referência fornecida por Cardoso e Silva (2016), indicando que ambos os trabalhos convergiram para uma configuração estrutural idêntica e eficiente. Este caso demonstra que o algoritmo consegue reproduzir topologias válidas em treliças simples, cumprindo seu objetivo de gerar estruturas estaticamente corretas.

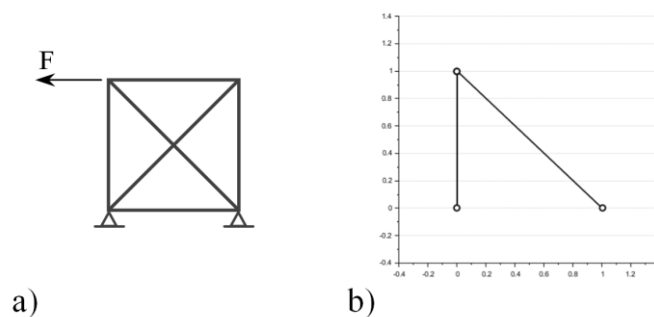


Figura 3: Treliça com 6 barras: a) *Ground structure*; e b) Resultado da otimização.
Fonte: Os autores (2025).

3.2 EXEMPLO NUMÉRICO 2

Após validar o algoritmo em uma treliça simples, a aplicação foi estendida a uma treliça de Michell, um problema clássico da otimização topológica que busca determinar uma treliça de menor peso em um domínio retangular com dois apoios nas extremidades inferiores e um carregamento vertical concentrado aplicado no centro da borda inferior (Cavalcante, 2022). Para este caso, utilizou-se uma malha densa, ilustrada na Figura 4(a), com 11 nós por 6 nós igualmente espaçados, onde as barras conectam os nós mais próximos e a força vertical orientada para baixo é posicionada no nó central da estrutura.

A aplicação do algoritmo resultou em uma topologia otimizada que, visualmente, apresenta similaridades com a forma analítica esperada para treliças de Michell. A Figura 4 ilustra a topologia final obtida pelo algoritmo (b) e a solução analítica de referência (c), fornecida por Xie e Steven (1997).

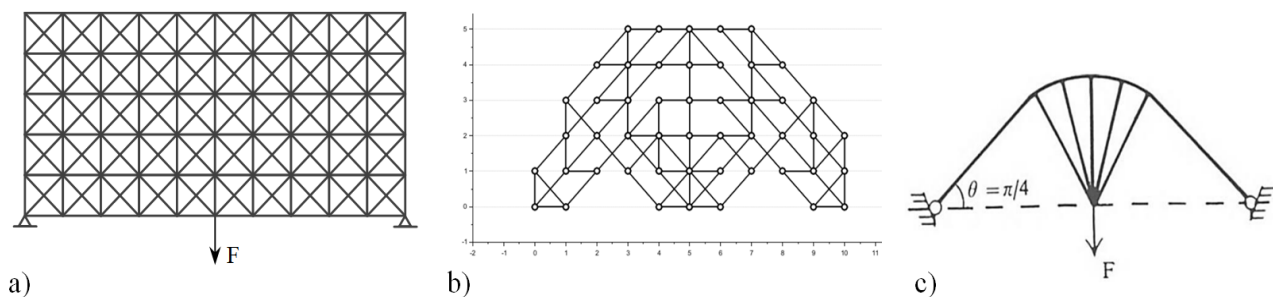


Figura 4: Treliça de Michell: a) *Ground structure*; b) Resultado da otimização via programa proposto; e c) Solução analítica de referência.
Fonte: Os autores (2025); Xie e Steven (1997)



Embora a topologia gerada pelo algoritmo demonstre uma aproximação à solução teórica, nota-se que ainda há espaço para melhorias em sua conformidade com a forma analítica ideal. Essas discrepâncias podem ser atribuídas à prioridade do algoritmo em garantir estaticidade a cada iteração, influenciando a trajetória de remoção de elementos e a convergência para uma topologia válida, mas não necessariamente globalmente ótima em termos de minimização de massa. Além disso, a natureza discreta do problema de otimização de treliças e os parâmetros específicos de remoção de material adotados podem conduzir a soluções que se desviam em partes da forma contínua e idealizada de Michell.

A validação aponta, portanto, que o método gera estruturas estaticamente válidas, mesmo em problemas complexos, mas também destaca a necessidade de futuros refinamentos para alcançar uma otimização topológica mais próxima dos limites teóricos de distribuição de material.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo desenvolveu e validou um algoritmo computacional em Scilab para otimização topológica de treliças planas via Evolutionary Structural Optimization (ESO). A principal contribuição reside na integração de verificações de estaticidade e rotinas de recuperação de conectividade, essenciais para assegurar a viabilidade estrutural das topologias geradas a cada iteração.

Os resultados demonstraram a eficácia do método, com o primeiro exemplo convergindo para uma topologia idêntica à da literatura, enquanto para a treliça de Michell, os resultados apresentam similaridades com a solução analítica, embora com espaço para aprimoramento. Essa diferença é atribuída à priorização da estaticidade do algoritmo e à natureza discreta do problema, que influenciam a trajetória de otimização em detrimento da minimização direta de massa.

Portanto, o trabalho contribui para a engenharia ao fornecer uma metodologia capaz de gerar topologias estaticamente válidas, mesmo em problemas discretos complexos. Para pesquisas futuras, sugere-se investigar novos critérios de sensibilidade ou incluir fatores adicionais de desempenho, como rigidez e resistência à flambagem, buscando maior conformidade com limites teóricos e normativos.

REFERÊNCIAS

ANNIGERI, S. **Matrix Structural Analysis of Plane Frames using Scilab**. Hubli, India: Dep. Of Civil Engineering, B.V. Bhoomaraddi College Of Engineering & Technology, 2006.
BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Watertown, Ma: Prentice Hall, Pearson Education, 2016. 1064 p.

BENDSØE, M.P.; O.SIGMUND. **Topology Optimization: theory, methods and applications**. 2. ed. New York, USA: SpringerVerlag Berlin Heidelberg GmbH, 2004. 380 p.
CARDOSO, E. S.; SILVA, M. A. Otimização de forma utilizando um modelo de treliça. **XXXVII Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering**. Brasília, DF. 2016.

CAVALCANTE, N. S. N. **Otimização topológica de treliças planas utilizando o método da seleção direcional progressiva**. 2022. 128 f. Dissertação (Doutorado) - Engenharia Civil, Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas, Maceio - AL, 2022.



CHU, D. N. *et al.* Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints. **Finite Elements In Analysis And Design**, Sydney, Australia, v. 21, n. 1, p. 239-251, jan. 1996.

HUANG, X.; XIE, Y.M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. **Finite Elements In Analysis And Design**, [S.L.], v. 43, n. 14, p. 1039-1049, out. 2007. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.finel.2007.06.006>.

LUIZ, C. B. **Otimização topológica de treliças hiperestáticas considerando incertezas**. 2020. 125 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

NWE, M. T. N.; GUEST, J. K. Topology Optimization of Truss Structures Considering Stress and Stability Constraints. **Structures Congress 2019**, ASCE, 2019. p. 49-58.

RAMOS, E. *et al.* Otimização estrutural utilizando mef: uma revisão integrativa. **Revista Interação Interdisciplinar (Issn: 2526-9550)**, [S.L.], v. 6, p. 1-13, 10 abr. 2024. Revista Interacao Interdisciplinar. <http://dx.doi.org/10.35685/revintera.v6i1.2353>.

SCILAB, versão 2025.1.0. Dassault Systèmes, 2025.

TANSKANEN, P. The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.** Lappeenranta, Finland, p. 5485-5498. 2002.

XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. **Computers & Structures**. Sydney, Australia, p. 885-896. jul. 1992.

XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. **Evolutionary Structural Optimization**. London: Springer, 1997.

ZHANG, X.; XIE, Y. M.; ZHOU, S. A nodal-based evolutionary optimization algorithm for frame structures. **Computer-Aided Civil And Infrastructure Engineering**, [S.L.], v. 38, n. 3, p. 288-306, 5 mar. 2022. Wiley. <http://dx.doi.org/10.1111/mice.12834>.

ZUO, T.; HAN, H.; LIU, Z. Explicit Tunnels and Cavities Control Using SIMP and MMA in Structural Topology Optimization. **Computer-Aided Design**, [S.L.], v. 158, p. 103482, maio 2023. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cad.2023.103482>.