

Explorando interações fundamentais por meio de lentes Geométricas Diferenciais e suas Aplicações na Física de Partículas

Esp. Felipe Jordão Silva 1

1. Estudante do curso de bacharelado em Matemática do Centro Universitário Internacional
UNINTER

Grupo de trabalho: (Educação e Novas tecnologias)

RESUMO

A geometria diferencial, é um campo da matemática que emprega técnicas de cálculo e álgebra linear para estudar problemas geométricos e vem se tornando uma ferramenta importante na física teórica, particularmente na física de partículas. O papel desempenhado pela geometria diferencial na física de partículas pode ser verificada na formulação das teorias de campos de Gauge, a qual constitui a base do modelo padrão. A física de partículas tem se beneficiado com os avanços que vem ocorrendo nos últimos anos com a geometria diferencial, estes avanços tem permitido uma compreensão mais aprofundada das interações fundamentais da natureza, como eletromagnetismo, a força nuclear forte e a força nuclear fraca, bem como a unificação dessas forças em uma estrutura teórica mais abrangente. Uma das aplicações da geometria diferencial na física de partículas reside na teoria dos campos de calibre, que descreve as interações entre as partículas elementares por meio de campos de Gauge. O presente artigo tem como objetivo explorar a intersecção entre a geometria diferencial e a dinâmica de partículas, abordando como conceitos geométricos podem ser aplicados na física moderna, em particular na física de partículas. Para tanto, adota-se uma abordagem metodológica mesclada, com a combinação de uma revisão teórica incorporada a uma implementação de simulações computacionais.

Palavras-chave: Geometria Diferencial, Física de Partículas, Interações fundamentais, Teoria de gauge

INTRODUÇÃO

A busca pela compreensão dos elementos que constituem matéria e as forças que regem as suas interações tem sido uma constante na história científica. Desde os primeiros filósofos naturais até os físicos teóricos contemporâneos, o objetivo de descrever a natureza através de princípios matemáticos permanece como um dos objetivos intelectuais da humanidade. A geometria, enquanto ramo da matemática dedicado ao estudo das propriedades e relações espaciais, vem desempenhando um papel central na descrição da natureza desde a antiguidade. Os elementos de Euclides, compilados por volta do século III a.C, estabeleceram as bases da geometria axiomática que, por mais de dois milênios, foi considerada a descrição do espaço físico influenciando profundamente não apenas o desenvolvimento da matemática, mas também nossa concepção filosófica do universo, esta predominância conceitual sofreu alterações por volta do século XIX, quando os matemáticos Nikolai Lobachevsky, János Bolyai e posteriormente, Bernhard Riemann, desenvolveram sistemas geométricos consistentes, demonstrando a possibilidade lógica

de geometrias não-euclidianas. A geometria diferencial é o campo da matemática que estuda as propriedades geométricas através do cálculo diferencial e integral e surgiu como uma linguagem particularmente adequada para descrever as interações fundamentais da natureza. Conceitos como variedades diferenciáveis, fibrados, conexões e curvatura fornecem a estrutura matemática necessária para a formulação de teorias físicas de forma invariante, respeitando princípios fundamentais como a relatividade e a invariância de gauge, a geometria diferencial é uma estrutura matemática poderosa que encontrou amplas aplicações em vários campos da física, incluindo a física de partículas. (Bobenko & Suris, 2008).

Em sua essência, a geometria diferencial investiga as propriedades e comportamentos de curvas e superfícies através das lentes do cálculo, seu objeto de estudo são as variedades suaves, espaços topológicos que se assemelham localmente a espaços euclidianos, mas podem exibir estruturas globais complexas, essa perspectiva local para global permite que os matemáticos apliquem intuição geométrica familiar enquanto acomodam configurações mais abstratas, por exemplo, uma variedade pode ser definida por gráficos que mapeiam conjuntos abertos para o espaço euclidiano, facilitando a exploração de propriedades geométricas usando cálculo diferencial, a evolução da geometria diferencial pode ser observada através de marcos significativos definidos por contribuições inovadoras de grandes matemáticos, o trabalho de Gauss, em particular seu artigo seminal *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, incorporou conceitos chave como curvatura gaussiana e geometria intrínseca, suas revelações demonstraram que certas propriedades das superfícies são invariantes sob transformações, a curvatura gaussiana é um invariante intrínseco de uma superfície, este ponto de vista mudou o foco das descrições extrínsecas onde curvas e superfícies estão incorporadas em espaços euclidianos de dimensões superiores para uma compreensão que enfatiza as suas propriedades geométricas inerentes.

Ao estudar as propriedades geométricas intrínsecas das variedades, os geômetras diferenciais desenvolveram um conjunto valioso de ferramentas e conceitos que podem ser utilizados para modelar e analisar o comportamento de sistemas físicos, no contexto da física de partículas, as estruturas geométricas diferenciais mostraram ser inestimáveis na compreensão das forças fundamentais que regem o universo, a aplicação da geometria diferencial na física de partículas é vista com mais destaque na formulação das teorias de calibre, que descreve três das quatro forças fundamentais, que são as forças eletromagnéticas, fraca e forte, um dos principais desenvolvimentos foi o trabalho de Yang e Mills, que na década de 1950 propuseram uma generalização do campo eletromagnético para teorias de calibre não-Abelianas. (Bobenko & Suris, 2008), isto inaugurou as bases para a compreensão moderna das forças nucleares fortes e fracas que são descritas pela teoria de calibre não-Abelianas.

A geometria diferencial fornece a base matemática para nossa exploração, uma variedade M é um espaço topológico que se assemelha localmente $\mathbb{R}^n$, equipado com uma métrica g_{ab} definindo distâncias através $ds^2 = g_{ab}dx^a dx^b$. Conexões, como a Levi-Civita $\Gamma_{bc}^a = \frac{1}{2}g^{ad}(\partial_b g_{dc} + \partial_c g_{db} - \partial_d g_{bc})$, permiti o transporte paralelo, enquanto a curvatura, codificada no tensor Riemann R_{bcd}^a quantifica o desvio geométrico. Os feixes de fibras estendem isso às teorias de calibre, onde as conexões representam campos de força. Esses conceitos sustentam a relatividade geral e preparam o terreno para nossa análise (Nakahara, 2003).

METODOLOGIA

O estudo possui uma abordagem metodológica mesclada, combinando revisão teórica e simulações, propomos uma revisão dos fundamentos da geometria diferencial e sua possibilidade de aplicação na física de partículas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

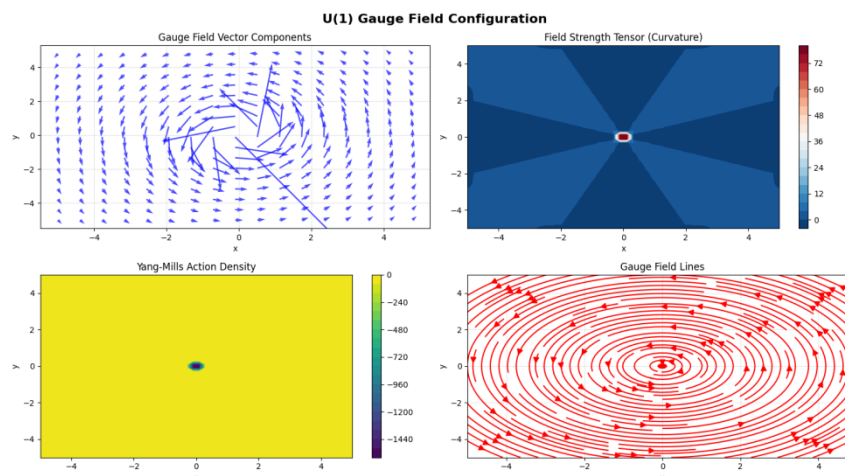


Figura: Representações visuais de uma configuração típica de campo de calibre U(1) em duas dimensões espaciais.

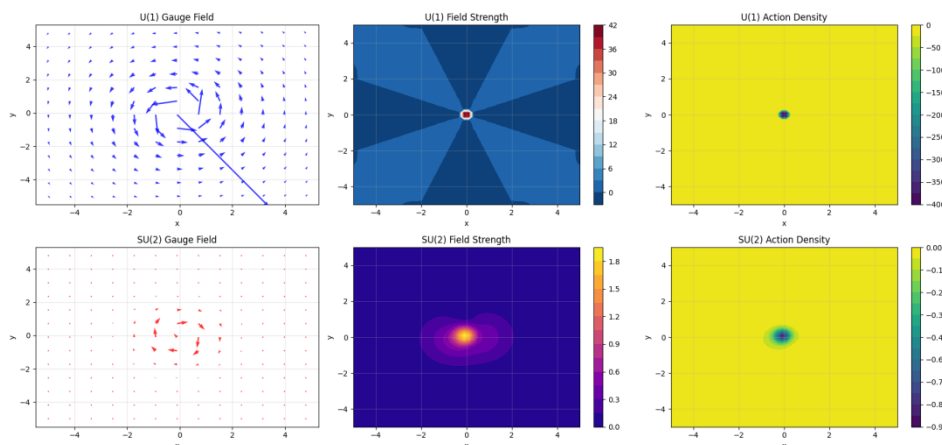


Figura: Visualizações numéricas de soluções bidimensionais para campos de calibre abeliano 9U(1)) e não abeliano (SU(2)).

Um dos principais resultados desta revisão é o entendimento de que as teorias de gauge, como Cromodinâmica quântica e a teoria eletro-fraca, dependem de estruturas geométricas para descrever as interações fundamentais, por exemplo, a cromodinâmica quântica (QCD), que descreve a interação forte, emprega uma estrutura de teoria de gauge não abeliana com o grupo de simetria SU(3) ilustrando como quarks e glúons interagem por meio de construções geométricas como conexões e curvatura. Essa interpretação geométrica não apenas melhora nossa compreensão das interações de partículas, mas também destaca a importância de invariantes topológicos na determinação de fenômenos físicos.

Além disso, as simulações computacionais apresentadas demonstram ainda mais a relação entre geometria diferencial e física de partículas. Os resultados obtidos por meio desta análise demonstram a eficácia dos métodos geométricos na descrição de fenômenos físicos, destacando ainda a importância das abordagens interdisciplinares no avanço da compreensão do mundo natural, ressaltando a importância da continuação da exploração das conexões entre estruturas geométricas e teorias físicas.

CONCLUSÕES

A geometria diferencial tem se estabelecido como uma estrutura matemática fundamental para a física de partículas moderna, proporcionando não apenas uma linguagem para a descrição das interações fundamentais, mas também sugerindo novas direções para o desenvolvimento da física teórica, a junção entre conceitos geométricos e princípios fundamentais tem levado a avanços significativos em nossa compreensão da natureza, desde a descrição das interações fundamentais através de teorias de gauge até a busca por uma teoria unificada das forças fundamentais na teoria das cordas. Os resultados apresentados neste artigo demonstram a eficácia da aplicação dos métodos geométricos em fenômenos físicos e sugerem que a geometria diferencial continuará a ter um papel central no desenvolvimento futuro da física teórica.

REFERÊNCIAS

BOBENKO, A. I.; SURIS, Y. B. **Discrete differential geometry: Integrable Structre. Graduate Studies in Mathematics.** 2008. Disponível em: <https://www.ams.org/books/gsm/098/gsm098-endmatter.pdf> Acesso em: 30 de abril. 2025.

CREUTZ, M. **Monte Carlo study of quantized SU(2) gauge theory.** Physical Review D, v. 100, n. 7, p. 074501, 2019. Disponível em: <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.21.2308> Acesso em: 06 de Maio. 2025.

GREENE, B. **String Theory on Calabi-Yau Manifolds.** 1997. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9702155>. Acesso em: 05 Maio. 2025.

Yang, C. N. and Mills, R. L. (1954). **Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance.** Physical Review, 96(1), 191-195. Disponível em: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.96.191> Acesso em: 06 de Maio. 2025.

NAKARA, M. Geometry, topolgy and physics. 2. ed. Bristol: IOP Publishing, 2003. Disponível em: <https://scispace.com/pdf/geometry-topology-and-physics-7rf41mxv3v.pdf> Acesso em: 02 julho. 2025.