

Da antiguidade à sala de aula: a proposição 32 do primeiro livro de Euclides em livros didáticos de matemática

Maria Luiza Agra Leite (IFPB, Campus Campina Grande), Cicero da Silva Pereira (IFPB, Campus Campina Grande),
Elvira Carmen Farias Agra Leite (IFPB, Campus Guarabira)

E-mails: agra.leite@academico.ifpb.edu.br, cicero.pereira@ifpb.edu.br, elvira.agra@ifpb.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.00.00-8 Matemática

Palavras-chave: Euclides; geometria; proposição 32; livro didático; ensino de matemática.

1. Introdução

Considerado o “pai da geometria”, Euclides foi responsável por organizar e sistematizar os conceitos geométricos, sendo uma figura central na história da matemática. Sua obra “Os Elementos”, que foi escrita por volta de 300 a.C., reúne treze livros com proposições e teoremas sobre geometria, aritmética e teoria dos números, sendo eles fundamentados em definições, axiomas e postulados. Dessa forma, mais do que um simples registro matemático, a obra influenciou também o pensamento filosófico no Ocidente, especialmente nas áreas de epistemologia e lógica.

Diante do exposto, o presente trabalho tem como objetivo analisar como diferentes livros didáticos de matemática abordam uma mesma proposição da obra de Euclides: a proposição 32 do primeiro livro. Essa proposição foi escolhida por sua relevância no ensino da geometria, contribuindo para a compreensão de conceitos como congruência e semelhança, além de estimular o raciocínio lógico e possibilitar aplicações práticas dentro e fora da matemática.

Assim, a pesquisa se propõe a responder à seguinte questão: de que forma os livros didáticos abordam a Proposição 32 do primeiro livro da obra Os Elementos? Para isso, recorreremos a autores relevantes na área, cujas contribuições serão apresentadas na próxima seção, com o intuito de esclarecer nossas dúvidas e orientar a análise.

2. Materiais e métodos

A presente pesquisa adota uma abordagem metodológica qualitativa, com o objetivo de realizar uma análise comparativa da Proposição 32, presente no primeiro livro de Euclides: Os Elementos. Para realizar o estudo, a comparação foi feita em dois livros didáticos de matemática, com o intuito de investigar como essa proposição, que trata principalmente da soma dos ângulos internos de um triângulo, é apresentada nos livros didáticos e quais suas diferentes abordagens.

Foram selecionados dois livros do 7º ano do Ensino Fundamental: A Conquista da Matemática (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2012) e Geração Alpha (Oliveira, Fugita, 2019). A análise foi realizada por meio da leitura detalhada das seções que abordam a proposição escolhida, considerando critérios como: clareza, sequência didática, presença de ilustrações, atividades práticas, problemas propostos e comentários extras que sejam relevantes.

Além dos livros didáticos apresentados, também foi utilizada a obra “Os Elementos”, traduzida por Irineu Bicudo, que hoje é considerada a edição oficial e mais atualizada em língua portuguesa de Euclides.

Serão destacados os pontos fortes e fracos de cada abordagem, avaliando se há convergência entre elas e se é viável um planejamento eficaz com base em apenas um dos livros. Também serão analisados aspectos como a profundidade teórica, os recursos visuais e tecnológicos que são utilizados, bem como a contextualização histórica da proposição e do próprio Euclides.

3. Resultados e discussão

Baseamos nossa pesquisa na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) que, de acordo com Moreira (2011), Moreira e Masini (2001), são três as condições básicas para que aconteça a AS: i) Disposição do aprendiz pra aprender; ii) Material Potencialmente Significativo; iii) Existência de subsunçores na estrutura cognitiva do aprendiz.

Sobre a obra “Os Elementos”, Bicudo (2009, p. 15-16) afirma que “este livro é para todos os amantes da matemática. É uma tentativa de entender a natureza da matemática do ponto de vista da sua fonte antiga mais importante. [...] no Elementos encontramos tantas amostras de bela matemática que são facilmente acessíveis e que podem ser minuciosamente estudadas por qualquer um que possua um treino mínimo em matemática. [...] Vendo tais fenômenos gerais do pensamento matemático que são tão válidos hoje quanto o foram no tempo dos antigos gregos, não podemos deixar de concordar com o filósofo Immanuel Kant, que escreveu em 1783, na introdução à sua filosofia sob o título ‘Afinal, é a matemática possível?’: ‘Não há absolutamente livro na metafísica como temos na matemática. Se quiserdes conhecer o que é a matemática, basta olhades os Elementos de Euclides’” (Bicudo, 2009, p. 15-16).

Após fazer a leitura da obra de Euclides, observamos que cada um dos livros possui um determinado número de proposições, sendo separadas por conteúdos distintos, mantendo uma organização sequencial e lógica, de modo que os conteúdos dos últimos livros se baseiem nos conteúdos dos primeiros, respeitando os conhecimentos prévios daqueles que leem a obra. Assim, podemos resumir essas informações na tabela que é apresentada a seguir:

Tabela 1 – Organização dos livros na obra “Os Elementos”

Livro	Nº de proposições	Conteúdo abordado
Livro I	48	Introdução à geometria plana
Livro II	14	Geometria algébrica
Livro III	37	Geometria dos círculos
Livro IV	16	Construções geométricas relacionadas a círculos
Livro V	25	Teoria das proporções
Livro VI	33	Semelhança de figuras planas e propriedades
Livro VII	39	Aritmética elementar e teoria dos números
Livro VIII	27	Progressão geométrica e sequência de números proporcionais
Livro IX	36	Teoria dos números
Livro X	115	Números irracionais e segmentos incomensuráveis
Livro XI	39	Geometria espacial
Livro XII	18	Teoria de proporções na geometria espacial
Livro XIII	18	Construções dos sólidos regulares e propriedades

Fonte: Elaborado pela autora a partir de Bicudo (2009)

Observamos, então, que a obra de Euclides é organizada em livros que contêm temas diferentes, iniciando com conceitos mais intuitivos até chegar em proposições mais complexas. Essa organização facilita a compreensão dos conceitos e faz com que as demonstrações tenham base em conhecimentos anteriores.

Esse modelo de estrutura influenciou a organização de muitos livros didáticos de geometria que são utilizados atualmente, o que contribui diretamente para o planejamento das aulas por parte dos professores. No entanto, o alto nível de formalidade presente nos textos dessa obra pode representar uma dificuldade para leitores não familiarizados com essa linguagem mais técnica. Por isso, os livros didáticos contemporâneos adaptam esse conteúdo com uma linguagem mais acessível, utilizando recursos visuais e exemplos do cotidiano para facilitar o entendimento dos conceitos abordados.

A proposição escolhida é a que está sendo apresentada na figura a seguir:

Figura 1 – Proposição 32 do primeiro livro de “Os Elementos”

Euclides

32.

Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos.

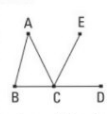
Seja o triângulo ABC, e fique prolongado um lado dele, o BC, até o D; digo que o ângulo sob ACD, exterior, é igual aos dois sob CAB, ABC, interiores e opostos, e os três ângulos sob ABC, BCA, CAB, interiores do triângulo, são iguais a dois retos.

Fique, pois, traçada, pelo ponto C, a CE paralela à reta AB.

E, como a AB é paralela à CE, e a AC caiu sobre elas, os ângulos sob BAC, ACE, alternos, são iguais entre si. De novo, como a AB é paralela à CE, e a reta BD caiu sobre elas, o ângulo sob ECD, exterior, é igual ao sob ABC, interior e oposto. Mas foi provado também o sob ACE igual ao sob BAC; portanto, o ângulo sob ACD todo é igual aos dois sob BAC, ABC, interiores e opostos.

Fique adicionado o sob ACB comum; portanto, os sob ACD, ACB são iguais aos três sob ABC, BCA, CAB. Mas os sob ACD, ACB são iguais a dois retos; portanto, os sob ACB, CBA, CAB são iguais a dois retos.

Portanto, tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos; o que era preciso provar.



Fonte: Bicudo (2009, p. 122)

De acordo com Dante (1996, p. 83), “[...] o livro didático passou a ser o principal e, em muitos casos, o único instrumento de apoio ao trabalho docente”. Podemos, então, dizer que esse é o material didático mais utilizado nas escolas, por ser visto como o recurso mais acessível, já que costuma ser distribuído gratuitamente nas escolas públicas, e está amplamente disponível no mercado.

Assim, apesar de possuir muitas qualidades, os livros didáticos também apresentam limitações. Um exemplo disso é a sua simplificação excessiva de certos conceitos, especialmente com a intenção de tornar o conteúdo mais “fácil”. Essa abordagem, embora busque facilitar a compreensão, pode comprometer o rigor necessário para compreender os conteúdos, fazendo com que informações importantes sejam omitidas.

Nesse sentido, Carvalho e Lima (2010, p. 22-23) defendem que “[...] não existe livro perfeito. Todos contêm imperfeições ou falhas no encaminhamento dado a certos assuntos. Compete aos colegas professores, que conhecem várias coleções, complementar alguns conteúdos ou modificar determinadas abordagens”.

Na geometria, por exemplo, essa simplificação pode dificultar o entendimento da lógica envolvida na construção do conhecimento matemático. Além disso, os livros nem sempre consideram as particularidades dos alunos ou contextos regionais. Por isso, é essencial que o professor relacione o conteúdo do livro à realidade da turma, para tornar o ensino mais significativo.

Escolhemos livros do 7º ano, Anos Finais, da coleção “A Conquista da Matemática” (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2012) e “Geração Alpha” (Oliveira, Fugita, 2019).

A análise mostrou que ambos os livros apresentam a proposta de Euclides de maneira clara e didática, facilitando a compreensão dos alunos. Ambos oferecem orientações que auxiliam o trabalho pedagógico do professor, porém o livro mais recente, “Geração Alpha”, se destaca por trazer mais informações e por estabelecer conexões com outros polígonos que serão abordados ao longo do conteúdo. No entanto, percebemos que o livro da coleção “A Conquista da Matemática”, que é uma coleção mais antiga, sendo apenas relançada ao longo dos anos, também aborda respeitando uma sequência interessante, com base em materiais didáticos.

Apesar disso, nenhum dos dois livros dedica um espaço específico para tratar da história da matemática ou contextualizar a figura de Euclides, o que acreditamos ser algo que enriqueceria o conteúdo. Assim, é fundamental que o professor, sempre que possível, integre esses elementos históricos ao seu planejamento didático.

5. Considerações finais

Os livros didáticos são ferramentas fundamentais no ensino da matemática, especialmente por apresentarem os conteúdos de forma sequencial e acessível. Na geometria, preservam ideias como as de Euclides incorporando abordagens atuais, com uma linguagem mais simples, a fim de facilitar o aprendizado do aluno. Apesar das limitações, o livro didático continua sendo amplamente utilizado em sala de aula, por ser o mais conhecido e mais acessível.

Os Elementos, de Euclides, é muito mais que um livro com um conjunto de regras, é base para a história da matemática, de modo que integrar essa perspectiva histórica sobre Euclides e suas contribuições ao ensino pode ajudar os alunos a entenderem a geometria, como parte de um processo de construção do conhecimento.

A análise da Proposição 32, presente em seu primeiro livro, nos mostra sua importância para o ensino da geometria. Embora os livros didáticos tenham abordagens diferentes, entendemos que seu uso isolado não são suficiente para uma aprendizagem significativa. Destacamos, então, a importância de um bom planejamento por parte do professor, aliado ao uso de materiais complementares.

Com isso, os livros analisados tratam a proposição de forma eficiente, com destaque maior para o mais lançado mais recentemente, que apresenta uma abordagem mais completa. Como proposta futura, sugerimos oficinas com *softwares* e materiais didáticos manipuláveis para ampliar as possibilidades de aprendizagem em sala de aula.

Agradecimentos

Ao corpo docente do Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, campus Campina Grande, por toda dedicação e compromisso ao longo do curso.

Referências

BICUDO, I. et al. **Os elementos**. Unesp, 2009.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. **Escolha e uso do livro didático**. In: Matemática: Ensino Fundamental. João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho/coord. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. (Coleção Explorando o Ensino, v. 17, p. 15-30).

DANTE, L. R. **Livro didático de matemática: uso ou abuso?** Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

GIOVANNI JR, J. R. CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**. Ensino fundamental anos finais: 7º ano. São Paulo: FTD, 2012.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2001.

OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. **Geração Alpha Matemática**. Ensino fundamental anos finais: 7º ano. São Paulo: SM, 2019a.