

# O uso da decomposição de Datt-Ravallion ao contexto da avaliação educacional

Josimar Gonçalves de Jesus

São Paulo, SP, Brasil  
josimar.jgj@gmail.com

Karina Pereira Stefanin

SESI-SP  
São Paulo, SP, Brasil  
kstefanin@sesisp.org.br

Nathália Lima de Oliveira

SESI-SP  
São Paulo, SP, Brasil  
nathalia.lima@sesisp.org.br

## Resumo

Este estudo mostra como a decomposição de Datt-Ravallion, tradicionalmente utilizada em estudos de pobreza, pode ser aplicada ao contexto da avaliação educacional. A metodologia permite decompor a variação na proporção de estudantes classificados com nível abaixo do básico de proficiência em dois efeitos, sendo o primeiro associado à mudança na proficiência média (Efeito Média) e o segundo relacionado à mudança na desigualdade de proficiência entre os estudantes (Efeito desigualdade). Para ilustrar o uso da metodologia, são considerados os dados de proficiência em matemática dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental da rede SESI-SP, no SARESP, no período 2017-2023. A reinterpretação da decomposição dialoga com as preocupações da rede em promover a equidade educacional, permitindo que as ações de monitoramento da aprendizagem estejam alinhadas com o objetivo de reduzir desigualdades e garantir melhores oportunidades para todos os estudantes.

Palavras-chave: Desigualdade; Proficiência; Avaliação educacional

## 1 Introdução

A promoção da equidade na educação é ponto focal do debate educacional contemporâneo. Apesar de esforços significativos para avaliar o desempenho escolar e orientar políticas educacionais, as abordagens tradicionais de avaliação frequentemente falham em capturar as desigualdades estruturais que afetam o aprendizado de diferentes grupos de estudantes. O desafio, então, é encontrar formas de avaliar e interpretar o desempenho escolar que tornem visíveis as desigualdades e direcionem os esforços para combatê-las e, neste contexto, metodologia proposta por Datt e Ravallion (1992) pode se somar às ferramentas já existentes, permitindo análises mais precisas no contexto das avaliações educacionais.

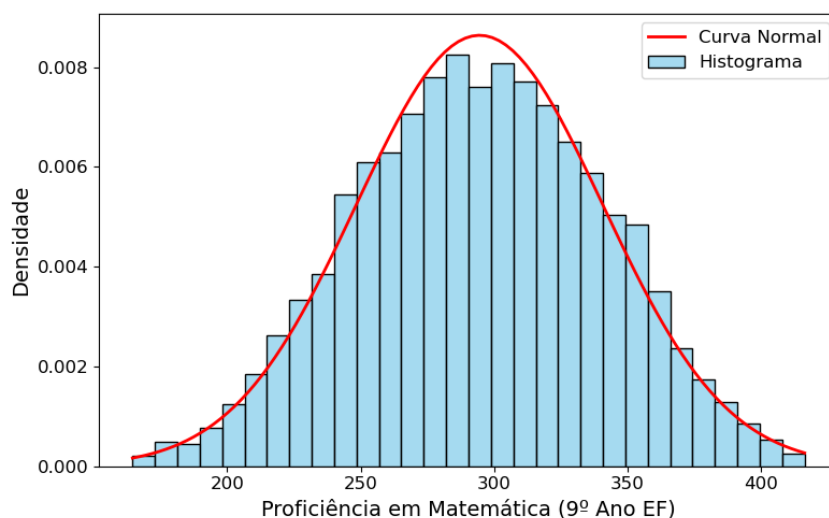
## 2 Metodologia

### 2.1 Motivação

A figura abaixo apresenta o histograma da distribuição da proficiência em matemática, dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental da rede SESI-SP, no SARESP, em 2023. Na mesma figura, também é apresentada a função de densidade de probabilidade de uma distribuição normal com a mesma média (294,55) e o mesmo desvio-padrão (46,18) dos dados originais.

No SARESP, por exemplo, estudantes do 9º ano do ensino fundamental com proficiência em matemática menor do que 225 são classificados no nível de proficiência “Abaixo do Básico” (SARESP, 2024). Para se ter uma ideia de quão razoável é a suposição de que a proficiência se distribui normalmente, podemos comparar a proporção de alunos com proficiência menor do que 225 no SARESP com a probabilidade de, na distribuição normal apresentada, se observar valores menores do que 225.

**Figura 1** – Histograma da distribuição da proficiência em matemática, 9º ano EF, SESI-SP, SARESP, em 2023 e função de distribuição de probabilidade (fdp) de uma distribuição normal.



Os dados do SARESP mostram que, em 2023, 6,9% dos estudantes 9º ano do ensino fundamental da rede SESI-SP encontravam-se no nível de proficiência “Abaixo do Básico”. Em uma distribuição normal com os parâmetros informados, a probabilidade de

se observar valores menores do que 225 é de 6,6%. Logo, grosso modo, pode-se considerar que a distribuição normal aproxima razoavelmente bem os dados observados de proficiência.

Seja, então,  $X$  uma variável aleatória que representa a proficiência dos estudantes em determinada disciplina. Seja  $\theta$  o valor de proficiência abaixo do qual os estudantes são classificados com nível de proficiência inadequado.

Se admitimos que  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , segue, imediatamente, que a proporção de estudantes com nível de proficiência inadequado ( $H$ ) é dada por:

$$H = P(X < \theta) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{\theta - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\theta - \mu}{\sigma}\right) \quad 1)$$

em que  $\Phi(\cdot)$  é a função cumulativa de uma distribuição normal padrão.

O coeficiente de variação de  $X$  é definido como

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \Rightarrow \sigma = \mu \times CV \quad 2)$$

Substituindo  $\sigma$  em (1) tem-se, então, que

$$H = \Phi\left(\frac{\theta/\mu - 1}{CV}\right) = F(\mu, I) \quad 3)$$

Essa expressão mostra que, se  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , então, dado  $\theta$ , a proporção de estudantes com nível abaixo do esperado de proficiência é, essencialmente, uma função da média ( $\mu$ ) e de uma medida de desigualdade da distribuição da proficiência ( $I$ ), neste caso, representada pelo coeficiente de variação ( $CV$ ).

## 2.2 Decomposição da variação em $H$

Da seção anterior, tem-se que, dado o valor de corte  $\theta$ , a proporção de estudantes com nível inadequado de proficiência, em um dado ano  $t$ , que simbolizaremos por ( $H_t$ ), é, essencialmente, uma função da proficiência média ( $\mu_t$ ) e de uma medida de desigualdade da distribuição da proficiência ( $I_t$ ):

$$H_t = F_t(\mu_t, I_t) \quad (4)$$

Assim sendo, a variação em  $H$  entre  $t_0$  e  $t_1$  pode ser expressa como

$$\Delta H = F_1(\mu_1, I_1) - F_0(\mu_0, I_0) \quad (5)$$

Somando e subtraindo  $F_1(\mu_0, I_1)$  no lado direito da expressão (5), temos que  $\Delta H$  pode ser decomposta em duas parcelas (separadas por colchetes), conforme mostra Datt e Ravallion (1992):

$$\Delta H = [F_1(\mu_1, I_1) - F_1(\mu_0, I_1)] + [F_1(\mu_0, I_1) - F_0(\mu_0, I_0)] \quad (6)$$

A primeira parcela,  $[F_1(\mu_1, I_1) - F_1(\mu_0, I_1)]$ , denominada Efeito Média, mede a variação em  $H$  devida à mudança na proficiência média (note-se que a desigualdade é mantida constante, no nível  $I_1$ ). Já a segunda parcela,  $[F_1(\mu_0, I_1) - F_0(\mu_0, I_0)]$ ,

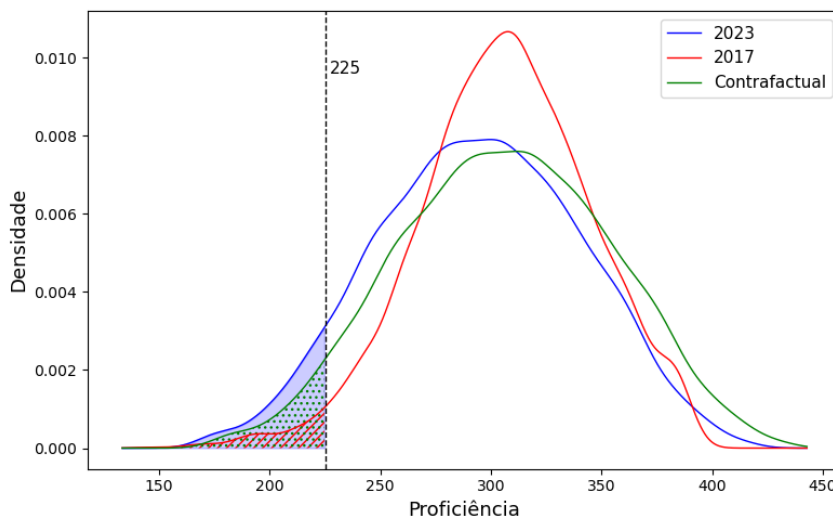
denominada Efeito Desigualdade, mede a variação em  $H$  devida à mudança na desigualdade (note-se que a proficiência média constante, no nível  $\mu_0$ ).

A grande questão é, então, como construir o contrafactual  $F_1(\mu_0, I_1)$ . A resposta é simples: para obter  $F_1(\mu_0, I_1)$  basta multiplicar todos os valores da distribuição das proficiências em  $t_1$  pela relação  $\mu_0/\mu_1$ . Esse procedimento tornará a média daquela distribuição igual a  $\mu_0$ , mantendo a desigualdade constante. Isso é possível pois a desigualdade de uma distribuição, quando adequadamente medida, será invariante à escala. Ou seja, ela não muda quando todos os valores da distribuição são multiplicados por uma constante<sup>1</sup>.

### 3 Resultados e discussão

A Figura 2 apresenta as estimativas das funções de densidade de probabilidade da distribuição da proficiência em matemática dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental, da rede SESI-SP, no SARESP, em 2017 e 2023. Apenas de observar o gráfico é possível inferir que a proficiência média era maior (curva vermelha mais deslocada para a direita) e que o desvio-padrão da distribuição era menor (curva vermelha mais estreita) em 2017 em comparação com 2023. Disso, poder-se-ia inferir, ainda, que a desigualdade da distribuição das proficiências, medida, por exemplo, pelo coeficiente de variação, era menor em 2017 em comparação a 2023.

**Figura 2** - Estimativa das fdp das distribuições de proficiência em matemática, 9º ANO EF, SESI-SP, SARESP, em 2017 e 2023 e estimativa fdp da distribuição contrafactual.



Ademais, comparando a área azul com área hachurada vermelha, pode-se concluir que, neste período, aumentou a proporção de estudantes do 9º ano do ensino fundamental, da rede SESI-SP, classificados no nível de proficiência Abaixo do Básico. Apresentando os dados, a proficiência média que era de 306,55 em 2017, caiu para 294,55 em 2023. Neste mesmo período, o desvio-padrão da distribuição aumentou de

<sup>1</sup> É fácil verificar que o Coeficiente de Variação é uma medida de desigualdade invariante a escala. Dada uma variável aleatória  $Z$ , com média  $\mu_z$  e variância  $\sigma_z^2$ , para qualquer  $\lambda > 0$ , segue que  $E(\lambda Z) = \lambda E(Z) = \lambda \mu_z$  ou seja, se todos os elementos da distribuição original são multiplicados pelo escalar  $\lambda$ , a média da nova distribuição será igual a média original multiplicado por  $\lambda$ . Segue, ainda, que  $V(\lambda Z) = \lambda^2 V(Z) = \lambda^2 \sigma_z^2$ , o que implica que o desvio padrão da nova distribuição será igual a  $\sqrt{\lambda^2 \sigma_z^2} = \lambda \sigma_z$ . Logo, o coeficiente de variação da nova distribuição, dado por  $\lambda \sigma_z / \lambda \mu_z = \sigma_z / \mu_z$ , é igual ao da distribuição original.

38,43 para 46,18, fazendo com que o coeficiente de variação aumentasse de 0,125 para 0,157. Como resultado da redução da proficiência média e do concomitante aumento da desigualdade, a proporção de alunos classificados no nível de proficiência Abaixo do Básico aumentou, no período considerado de 2,17% para 6,91%.

A Figura 2 inclui, ainda, em verde, a distribuição contrafactual da proficiência dos estudantes. Note-se que ela tem a mesma forma da distribuição de 2023, mas é mais descolada para direita, para refletir a média da distribuição de 2017. Ou seja, essa nova distribuição apresenta a média da distribuição de 2017 (306,55) e a desigualdade da distribuição de 2023 ( $CV = 0,157$ ). A área pontilhada verde mostra qual seria a proporção de estudantes classificados no nível de proficiência Abaixo do Básico, caso a proficiência média em 2023 tivesse se mantido igual a observada em 2017, porém com o nível de desigualdade observado em 2023. Nessas condições, a proporção de estudantes com nível de proficiência Abaixo do Básico, em 2021, seria de 4,54%.

Com essas informações podemos, então, calcular o Efeito Média e o Efeito Desigualdade associado ao aumento da proporção de estudantes com nível de proficiência Abaixo do Básico entre 2017 e 2023.

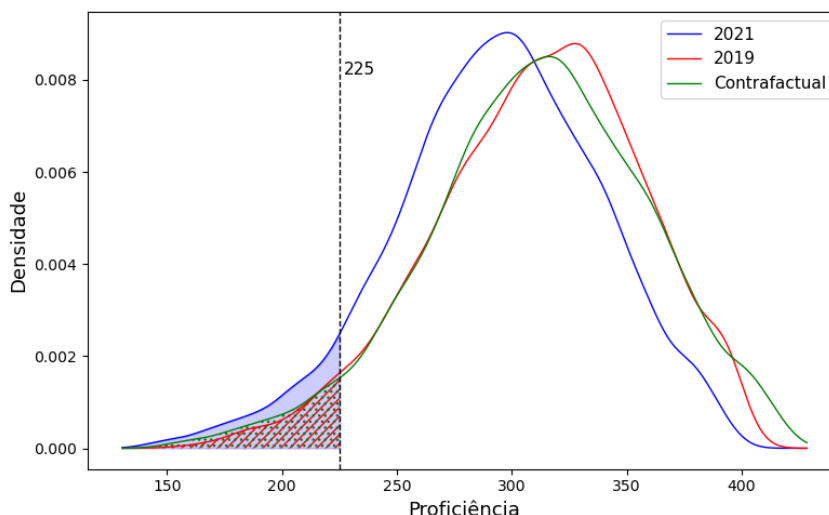
Neste período tem-se que  $\Delta H = 6,91 - 2,17 = 4,74$  pontos percentuais. Com base em (6), segue, então que

$$4,74 = (6,91 - 4,54) + (4,54 - 2,17) = \underbrace{2,36}_{\text{Efeito Média}} + \underbrace{2,38}_{\text{Efeito Desigualdade}}$$

Ou seja, do aumento de 4,74 pontos percentuais na proporção de estudantes com nível de proficiência Abaixo do Básico, entre 2017 e 2023, 2,36 pontos percentuais (ou 49,8% da variação) está associado a redução na proficiência média e 2,38 pontos percentuais (ou 50,2% da variação) está associado ao aumento da desigualdade de proficiência entre os alunos. Assim, neste período, os dois efeitos tiveram praticamente a mesma relevância para a variação observada.

A figura 3 mostra os resultados correspondentes ao período 2019-2021, fortemente marcado pela pandemia de Covid-19.

**Figura 3** - Estimativa das fdp das distribuições de proficiência em matemática, 9º ANO EF, SESI-SP, SARESP, em 2019 e 2021 e estimativa fdp da distribuição contrafactual.



Neste período, a proficiência média, de 311,24 em 2019, caiu para 293,30 em 2021. Em relação a desigualdade, o coeficiente de variação aumentou de 0,145 para 0,153 no mesmo período. Como resultado da redução da proficiência média e do concomitante aumento da desigualdade, a proporção de estudantes classificados no nível de proficiência Abaixo do Básico aumentou 3,05 pontos percentuais, passando de 3,92% para 6,97%. Caso a proficiência média em 2021 tivesse se mantido igual a observada em 2019, porém com o nível de desigualdade observado em 2021, a proporção de estudantes com nível de proficiência Abaixo do Básico, em 2021, seria de 4,57%.

Assim, com base na expressão (6), do aumento de 3,05 pontos percentuais na proporção de alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico entre 2019 e 2021, 2,4 pontos percentuais (ou 78,7% da variação) está associado à redução na proficiência média e 0,65 ponto percentual (ou 21,3% da variação) está associado ao aumento da desigualdade de proficiência entre os alunos. Neste caso, constata-se que o efeito imediato da pandemia de Covid-19 sobre a proficiência em matemática dos alunos esteve associado mais a uma perda geral de proficiência do que a um aumento na desigualdade de proficiência entre os estudantes.

## **4 Conclusão**

Este estudo mostrou como a decomposição proposta por Datt e Ravallion (1992) pode ser aplicada ao contexto da avaliação educacional. A metodologia permite decompor a variação na proporção de estudantes abaixo de determinado nível de proficiência em uma parcela associada à mudança na proficiência média e outra associada à mudança na desigualdade da distribuição da proficiência entre os estudantes. Além da variação temporal, é possível decompor variações entre escolas de um mesmo sistema de ensino ou mesmo entre diferentes sistemas de ensino.

Essa pesquisa é resultado do aprimoramento das estratégias de monitoramento da aprendizagem da rede SESI-SP, que buscar identificar não apenas avanços médios, mas também as dinâmicas de desigualdade entre estudantes. As pesquisas nessa direção reforçam o compromisso da rede com a promoção da equidade e o enfrentamento das disparidades educacionais, orientando práticas mais justas e eficazes.

## **5 Referências**

DATT, G; RAVALLION, M, 1992. Growth and redistribution components of changes in poverty measures: A decomposition with applications to Brazil and India in the 1980s," *Journal of Development Economics*, Elsevier, vol. 38(2), p. 275-295, 1992.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FRD. Sumário Executivo SARESP 2023. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2024.