EFICIÊNCIA ENERGÉTICA INTERPRETADA PELO CÁLCULO DIFERENCIAL DE ORDEM FRACIONÁRIA

LUAN GIULIANO ARAÚJO FURTADO[1], FELIPE FIALHO NASCIMENTO[2], DANIEL SILVA QUADROS[3], SILVIO TADEU TELES DA SILVA[4], DENIS CARLOS LIMA COSTA[5]

[1]Acadêmico do Bacharelado em Ciência e Tecnolgia - IFPA Câmpus Ananindeua - Membro do grupo de pesquisa GM²SC. luangiulianno@gmail.com
[2]Acadêmico do Bacharelado em Ciência e Tecnolgia - IFPA Ananindeua - Membro do grupo de pesquisa GM²SC. ffialho266@gmail.com
[3]Acadêmico do Bacharelado em Ciência e Tecnolgia - IFPA Câmpus Ananindeua - Membro do grupo de pesquisa GM²SC. danielquadros190@gmail.com
[4]Doutorando em Engenharia Elétrica – PPGEE/ITEC/UFPA - Membro do grupo de pesquisa GM²SC. silvio.teles@itec.ufpa.br
[5] Docente do Bacharelado em Ciência e Tecnolgia - IFPA Câmpus Ananindeua - Membro do grupo de pesquisa GM²SC. denis.costa@ifpa.edu.br

Área de conhecimento/Subárea: Área 03 – Engenharias/Engenharia Elétrica
ODS vinculados: ODS 04; ODS 07.

RESUMO: Este trabalho exibe a aplicação do Cálculo Diferencial de Ordem Não-Inteira na modelagem de sistemas energéticos, enfatizando a "Onda de Memória" - propriedade que captura a dependência histórica dos fenômenos físicos. Utilizando Derivadas de Ordem Fracionária, demonstra-se como essa abordagem amplia a precisão na análise de circuitos elétricos RLC, em sistemas dinâmicos. A metodologia combinou simulações computacionais em MATLAB com análise teórica das definições de Riemann-Liouville e Caputo. Os resultados mostram que os operadores fracionários revelam informações intermediárias entre a função primitiva e sua derivada inteira, permitindo melhor compreensão da transição energética. Conclui-se que o método oferece vantagens significativas para eficiência energética e ao ensino de Matemática e suas Tecnologias. O estudo de caso explicitou que operadores das Derivadas de Ordem Inteira são locais, e nas de Ordem Fracionária esses operadores são Não-Locais. No Cálculo tradicional todos os pontos são ponderados igualmente, independentemente de sua posição na história do fenômeno.

PALAVRAS-CHAVE: onda de memória, derivada fracionária; sistemas energéticos; Riemann-Liouville.

INTRODUÇÃO

Filosoficamente, uma escolha entre duas possibilidades é o dado mais simples que pode existir; a resposta mais curta possível para uma pergunta: Sim ou Não. Essa forma de resposta se tornou a unidade básica para medir informação, batizada de bit (Tieppo e Guzzo, 2018). Dessa forma, a quantificação da propagação da "Onda de Memória" é um desafio complexo, e esse artigo visa apresentar um modelo capaz de medir certas qualidades desse tipo de memória persistente, sendo plausível indicar como a assinatura de um fenômeno.

Para isso, algumas ideias e métodos importantes serão destacados: como hipótese será considerado que, a Ordem do Cálculo Fracionário (*alpha*) é um parâmetro fundamental para o controle do grau de memória e de não-localidade do operador. Por exemplo: Para *alpha* = 0, tem-se que o Cálculo Fracionário se aproxima da função primitiva, indicando memória "infinita" e ausência de efeitos Não-Locais Globais. Para *alpha* = 1, tem-se que o Cálculo Fracionário se aproxima da modulação de primeira ordem, indicando memória "curta" e efeitos Não-Locais Globais "longos". Portanto, a Ordem *alpha* poderá ser vista como um parâmetro que ajusta a "janela de memória" e o alcance dos efeitos Não-Locais Globais (Deng, 2006). Costa et al (2021), utilizaram o Cálculo Fracionário nas Leis de Kirchhoff, amplificando a quantidade de informação obtida e aprimoraram a sua implementação em *Machine Learning*.

Espera-se, a partir dos resultados obtidos nessa pesquisa, aprimorar o processo de ensino-aprendizagem das componentes curriculares de Matemática e suas Tecnologias, produzindo uma educação de qualidade, inclusiva e equitativa, bem como garantir o acesso à energia limpa e acessível para todos, aprimorando os processos de eficiência energética, metas estabelecidas nos ODS 4 e 7, respectivamente.

METODOLOGIA

A estratégia da pesquisa está fundamentada nas diferentes definições para o Cálculo Fracionário, como por exemplo as definições de Riemann-Liouville, Grünwald-Letnikov e Caputo (Costa et al, 2022). Apresentado por Costa et al (2022), a Derivada de Ordem Não-Inteira, estabelecida por Riemann-Liouville, de uma função causal $\boldsymbol{f}$, é definida para um número $\boldsymbol{\alpha}$, sendo $\boldsymbol{\alpha \in \mathbb{C}}$, tal que $\mathbb{R}_e(\boldsymbol{\alpha}) > \mathbf{0}$ e $\boldsymbol{n}$ o menor inteiro maior que $\mathbb{R}_e(\boldsymbol{\alpha})$, em que $\boldsymbol{n - 1 < \mathbb{R}_e(\alpha) < n}$, de acordo com a Equação (1)

$$\boldsymbol{D^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(x)}{(t-x)^{\alpha-n+1}}\, dx} \qquad (1)$$

sendo $\boldsymbol{\Gamma(z)}$a função Gama, definida por Euler e destacada na Equação (2)

$$\boldsymbol{\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1}\, e^{-t} dt} \qquad (2)$$

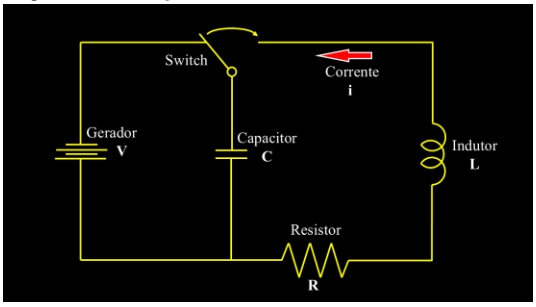
em que $\boldsymbol{z \in \mathbb{C}}$ com $\mathbb{R}_e(\boldsymbol{z}) > \mathbf{0}$.

No contexto do Cálculo Fracionário, a Memória refere-se à propriedade pela qual as Derivadas de Ordem Não-Inteira (ou Fracionária) de uma função, em um determinado ponto, não dependem apenas do valor da função naquele instante, mas também de sua trajetória passada (Garrappa, 2018). Logo, o Cálculo Fracionário considera todo o histórico da função ao longo do tempo, e não apenas seu estado atual. Essa característica, denominada aqui de "Onda de Memória", é o que distingue o Cálculo Fracionário do Cálculo Clássico (de Ordem Inteira), no qual as Derivadas em um ponto dependem exclusivamente do valor da função e de suas Derivadas naquele instante.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com Halliday e Resnick (2016), um circuito elétrico formado por uma resistência $\boldsymbol{R}$, uma indutância $\boldsymbol{L}$ e uma capacitância $\boldsymbol{C}$, é chamado de circuito RLC, conforme indica a Figura 1. Nesse tipo de circuito, devido a resistência elétrica $\boldsymbol{R}$, a energia eletromagnética total do circuito é variável, uma vez que parte da energia é transformada, por $\boldsymbol{R}$, em energia térmica. Assim sendo, é plausível afirmar que as oscilações são amortecidas.

Figura 1 - Diagrama de um circuito elétrico RLC.



Fonte: Autores.

No circuito elétrico RLC, destacado por Chapra (2018), o comportamento da carga elétrica $Q(t)$ no capacitor pode ser representado por uma função do tempo, como apresentado na Equação (3)

$$Q(t) = q_0 \,.\, e^{-(Rt/2L)} \,.\, cos\left[\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \,.\, t\right] \qquad (3)$$

sendo, $\boldsymbol{t}$ o tempo, $\boldsymbol{q_0}$ a carga elétrica inicial, $\boldsymbol{R}$ a resistência elétrica, $\boldsymbol{L}$ a indutância e $\boldsymbol{C}$ é a capacitância. No estudo do circuito elétrico, aplicou-se a metodologia de Derivada Fracionária para estimar o comportamento da corrente elétrica, considerando: $t = [0; 1]s$, $q_0 = 10C$, $R = 60\Omega$, $L = 9H$ e $C = 5.10^{-5}F$.

Nesse estudo, ficou evidenciado, mediante os modelos produzidos pelas Derivadas de Ordem Não-Inteira, a ação do Campo Elétrico sobre as Cargas Elétricas, provocando o movimento das cargas. Quando o Campo Elétrico se torna forte o bastante para ordenar o movimento, há o surgimento da Corrente Elétrica. A representação da Equação (3) e suas Derivadas, está exibida nas Figuras 2 e 3.

Figura 2 - Comportamento da Carga $Q(t)$ e da Corrente elétrica $i(t) = dQ/dt$.

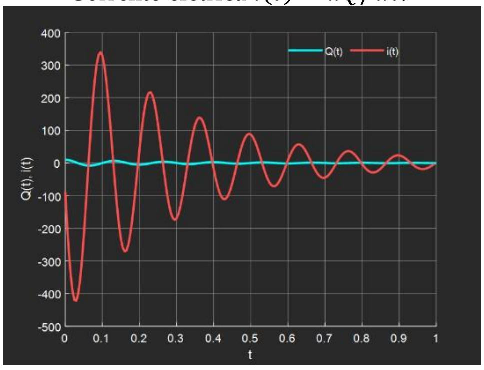
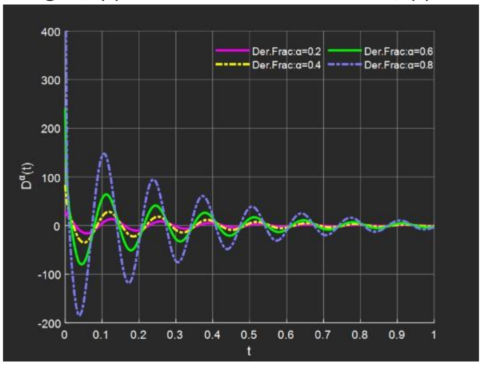


Figura 3 - Comportamento da transformação da Carga $Q(t)$ em Corrente elétrica $D^{\alpha}Q(t)$.



Fonte: Autores.

CONCLUSÕES

Este artigo apresentou a atribuição fundamental do Cálculo Diferencial Fracionário na modelagem da propagação da "Onda de Memória": permitir descrever matematicamente a relação entre os estados anterior e atual de um sistema dinâmico. Em particular, as Derivadas de Ordem Não-Inteira, também conhecidas como Derivadas de Ordem Fracionárias, oferecem uma abordagem mais abrangente ao incorporar efeitos de Memória e Não-Localidade, aspectos essenciais para a análise de fenômenos complexos. Diferentemente das Derivadas Clássicas, que consideram apenas a taxa de variação instantânea, as Derivadas Fracionárias levam em conta todo o histórico da função, sendo, portanto, uma ferramenta poderosa para compreender sistemas cujos estados atuais são fortemente influenciados por sua evolução temporal.

AGRADECIMENTOS

Ao Bacharelado em Ciência e Tecnologia e ao grupo de pesquisa Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional – GM²SC, ambos do IFPA Câmpus Ananindeua.

Referências

CHAPRA, Steven C. Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists. Berger Chair in Computing and Engineering, Tufts University. Fourth edition. | New York, NY: McGraw-Hill Education. ISBN 9780073397962 | ISBN 0073397962. Disponível em: https://www.mheducation.com/highered. 2018.

COSTA, Denis C. L.; ROSÁRIO, Danileno M. do; SUZUKI, Júlio C.. Ensino-Aprendizagem em Ciências, Matemática e Tecnologia. v.3. USP. DOI: https://doi.org/10.11606/9788575064115: Disponível em: www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/865. 2022.

COSTA, Heictor A. de O.; COSTA, Denis C. L.; GOMES, Larissa L.; ROCHA, E. M.; FRANCÊS, Carlos R.; ANDRADE, S. H. Fractional Order Differential Calculus Applied on Decision Making System to Smart Grid Management via Decision Trees. Research, Society and Development, v. 10, n. 16. DOI: 10.33448/rsd-v10i16.23387. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/23387. 2021.

DENG, Weihua. Short memory principle and a predictor–corrector approach for fractional differential equations. Journal of Computational and Applied Mathematics. DOI:10.1016/j.cam.2006.06.008. Disponível em: https://www.elsevier.com/locate/cam. 2007.

GARRAPPA, Roberto. Numerical Solution of Fractional Differential Equations: A Survey and a Software Tutorial. MDPI - Mathematics. DOI:10.3390. Disponível em: www.mdpi.com/journal/mathematics. 2018.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. Fundamentos de Física, v 3: Eletromagnetismo. 10ª. ed. – RJ. LTC. ISBN 978-85-216-3208-5. Disponível em: https://www.grupogen.com.br/exatas. 2016.

TIEPPO, Sandra M.; GUZZ, Sandro M.. Elementos do Cálculo Fracionário. Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática. ISSN: 2594-6323. Disponível em: https://www.dma.uem.br/kit/jeepema. 2018.