

# Matemática Animada: Uma Estratégia para o Ensino de Geometria Analítica e Álgebra Linear

Mario R. Retamoso<sup>1</sup>, Cristiana A. Poffal<sup>2</sup>, Bárbara D. do Amaral Rodriguez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, [mario.retamoso@gmail.com](mailto:mario.retamoso@gmail.com)

<sup>2</sup>Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, [cristianaandrade@furg.br](mailto:cristianaandrade@furg.br)

<sup>3</sup>Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, [barbararodriguez@furg.br](mailto:barbararodriguez@furg.br)

**Resumo.** Este trabalho apresenta uma proposta de atividade para ensinar Geometria Analítica a estudantes dos cursos de Bacharelado em Matemática Aplicada e Engenharia de Automação da Universidade Federal do Rio Grande – FURG. A atividade tinha como objetivo produzir uma animação, no formato de um pequeno filme no GeoGebra, de um ponto (ou vários pontos) deslocando-se no plano e deixando como rastro a escrita das palavras: FURG IMEF 1442 – Geometria Analítica - A, para os estudantes do Curso de Bacharelado em Matemática Aplicada e, FURG IMEF 1280 – Geometria Analítica e Álgebra Linear - G, para os estudantes do Curso de Bacharelado em Engenharia de Automação. Os alunos de ambos os cursos realizaram o que foi proposto, entretanto o trabalho realizado pelos estudantes da turma de Engenharia de Automação foi melhor executado.

**Palavras-chave.** Geometria Analítica; Álgebra Linear; GeoGebra; Matemática Animada; Ensino de Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

Há algum tempo, o ensino de Matemática no Nível Superior vem sendo centro de discussões, tendo em vista as dificuldades que surgem comumente no processo de ensino e aprendizagem e ocasionam elevados índices de evasão e retenção de alunos nas disciplinas de Cálculo Integral e Diferencial I, Geometria Analítica e Álgebra Linear nos cursos de Ciências Exatas e Engenharias. Diante de tal cenário, diversas propostas educacionais têm sido elaboradas como alternativas de minimizar tais índices e tornar a aprendizagem significativa, dentre elas, as ferramentas digitais.

Atualmente, a grande disponibilidade de recursos tecnológicos, como a internet e os softwares educacionais, abrem um leque de possibilidades para inovações pedagógicas [4]. Para Ribeiro e Júnior [3], com o desenvolvimento da tecnologia, a cultura áudio-visual tem ganhado destaque na educação, pois provocam fascínio e uma familiaridade sobre os jovens, além de ser um “[...] potencial de transformação quando aplicada ao processo” de ensino.

Para Fiscareli et al. [2], “a produção de vídeos, animações e simulações são artifícios que possibilitam criar circunstâncias de aprendizagem que são difíceis ou até impossíveis de serem repetidas ou criadas em situação real”. Entretanto, para que o processo de ensino e aprendizagem seja significativo é preciso que atenda a uma proposta didática clara, nesse sentido as animações cumprirão seu papel de ensinar conteúdos reforçando seus conceitos mais abstratos. Segundo Wiebusch e Lima [5], aula universitária precisa ser dinâmica e atrativa para o estudante, para que ele tenha o engajamento estudantil

com o ensino.

Dentro deste contexto, surge o projeto do Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande intitulado Matemática Animada que tem por objetivo ensinar tópicos de matemática por meio de simulações e animações possibilitando aos estudantes trabalharem de forma mais autônoma. Este trabalho tem por objetivo descrever uma das atividades propostas pelo projeto realizada por turmas de estudantes regularmente matriculados nas disciplinas de Geometria Analítica, oferecida ao curso de Bacharelado em Matemática Aplicada e Geometria Analítica e Álgebra Linear oferecida ao curso de Bacharelado em Engenharia de Automação. A disciplina de Geometria Analítica tem duração de um semestre e possui uma carga horária de 4 horas-aula semanais. Já a disciplina de Geometria Analítica e Álgebra Linear é anual, ou seja, acontece durante dois semestres letivos e também possui carga horária de 4 horas-aula semanais.

## 2. PROJETO MATEMÁTICA ANIMADA

O projeto Matemática Animada tem por finalidade estudar os tópicos comumente presentes em Geometria Analítica e Álgebra Linear, desenvolvendo pequenos vídeos de animação, planejados e confeccionados com o auxílio de equações de curvas e superfícies, matrizes de rotação, translações, projeções e reflexões [1]. Com esses instrumentos matemáticos podem ser simuladas diversas situações que permitem aos estudantes trabalharem de forma mais participativa. O projeto teve início no ano de 2010 e mostrou-se muito promissor, tendo em vista o interesse demonstrado pelos estudantes na execução das atividades. Curiosamente, alguns dos participantes demonstravam grande habilidade para planejar, equacionar e criar as animações. Entretanto, quando realizavam a avaliação tradicionalmente constituída de um conjunto padronizado de questões com mesmo intervalo de tempo de resolução, obtinham um desempenho decepcionante. Isso foi motivador no sentido de criar uma sistemática que permitisse agregar essa prática ao andamento normal das disciplinas ao invés de ficar restrita a um curso oferecido dentro do projeto.

No início do projeto Matemática Animada era usado o software Winplot e, apesar de sua funcionalidade não ser exuberante, excelentes trabalhos foram realizados como exemplifica o vídeo publicado no link <https://www.youtube.com/watch?v=9jJZIdtHAYE&pp=ygUYbWF0ZW3DoXRpY2EgYW5pbWFkYSBmdXJn>. Posteriormente, foi adotado o GeoGebra (<https://www.geogebra.org/?lang=pt>), pela sua superioridade, tanto em termos visuais como funcionais, mas, principalmente, pela sua grande difusão, que vai além da comunidade matemática, havendo trabalhos com esse software dirigidos a assuntos de Física, Química e até tópicos estudados em certas disciplinas de cursos de Engenharia [https://youtu.be/4S0\\_t8qVnTk?si=It-crYCXxhuco\\_CT](https://youtu.be/4S0_t8qVnTk?si=It-crYCXxhuco_CT).

Deve ser destacado que apesar de existirem softwares mais apropriados à confecção de modelagens geométricas e de animações, o objetivo do projeto não é a modelagem e a animação em si, mas os meios segundo os quais essas etapas são elaboradas e que envolvem muitos conceitos matemáticos das disciplinas citadas, bem como a necessidade de compreendê-los para que sejam aplicados de forma adequada. Nesse sentido, a confecção dos objetos das cenas e as animações, em formato de pequenos filmes, é um meio de atingir um fim: aprender Geometria Analítica e conceitos introdutórios de Álgebra Linear.

### 3. METODOLOGIA

Foi proposto aos estudantes trabalharem equações (DE QUE TIPO?), coordenadas cartesianas e equações paramétricas de retas e circunferências, confeccionando uma animação em computador em que um ponto (ou vários pontos) deslocava-se no plano criando um rastro que consistia na escrita das seguintes palavras: FURG IMEF 1442 – Geometria Analítica – A para os estudantes do Curso de Bacharelado em Matemática Aplicada e, FURG IMEF 1280 – Geometria Analítica e Álgebra Linear – G, para os estudantes do Curso de Bacharelado em Engenharia de Automação.

Neste trabalho, descrevemos apenas as instruções da atividade para a construção da palavra FURG. O exercício prevê a criação de um pequeno filme de animação no qual o nome da Universidade é desenhado, à medida que segmentos de reta são percorridos por um ponto móvel, deixando o rastro de sua trajetória pelo caminho e tem como objetivo abordar a parametrização de retas e circunferências com o auxílio do GeoGebra.

No ambiente virtual de Aprendizagem (AVA) das disciplinas foi disponibilizado o arquivo do estudo dirigido contendo as instruções de construção da palavra FURG: primeiramente o aluno deveria inserir pontos no GeoGebra; depois, definir as funções que representariam as coordenadas do ponto  $P$  durante sua trajetória. Em seguida, definir um controle deslizante e criar o ponto  $P$ , para enfim, habilitar o rastro de  $P$ . Ao ativar a animação, é possível observar o ponto  $P$  deslizando ao longo dos segmentos de reta que formam a palavra FURG.

#### 3.1. Explicando a Atividade aos Estudantes

Enunciado: Neste trabalho vocês terão a oportunidade de aprimorarem a parametrização de retas e circunferências. Ele ajudará a compor sua nota no primeiro bimestre. Conforme dito em aula, cabe a vocês organizarem-se de modo a realizarem o trabalho em EQUIPE. Onde houver UM ERRO, ele é erro da EQUIPE e todos perdem. O produto final foi testado e comprovado que o produto final FUNCIONA. Portanto, cabe a vocês reproduzirem a parte exemplificada no trabalho e contribuir com as partes que lhes cabem,

a partir da reprodução do que já foi testado. Leiam com atenção o que é pedido e os links com esclarecimentos do que pode ser feito no GeoGebra, levando em consideração que se trata de um problema de Matemática - esse é o item importante - e não de programação. Os critérios de avaliação e a data de entrega serão apresentados no próximo encontro.

Desenhando a Palavra FURG - instruções de construção:

1) Pelo campo Entrada de dados do GeoGebra, crie os pontos:

$F01 = (-7.50, 6.00)$ ,  $F02 = (-4.50, 6.00)$ ,  
 $F03 = (-4.50, 5.00)$ ,  $F04 = (-6.50, 5.00)$ ,  
 $F05 = (-6.50, 4.00)$ ,  $F06 = (-5.00, 4.00)$ ,  
 $F07 = (-5.00, 3.00)$ ,  $F08 = (-6.50, 3.00)$ ,  
 $F09 = (-6.50, 1.00)$ ,  $F10 = (-7.50, 1.00)$   
 $U01 = (-3.5, 6.0)$ ,  $U02 = (-2.5, 6.0)$ ,  
 $U03 = (-2.5, 2.0)$ ,  $U04 = (-1.5, 2.0)$ ,  
 $U05 = (-1.5, 6.0)$ ,  $U06 = (-0.5, 6.0)$ ,  
 $U07 = (-0.5, 1.0)$ ,  $U08 = (-3.5, 1.0)$   
 $R01 = (0.5, 6.0)$ ,  $R02 = (3.0, 6.0)$ ,  
 $R03 = (3.0, 3.0)$ ,  $R04 = (4.5, 1.0)$ ,  
 $R05 = (3.5, 1.0)$ ,  $R06 = (2.0, 3.0)$ ,  
 $R07 = (1.5, 3.0)$ ,  $R08 = (1.5, 1.0)$ ,  
 $R09 = (0.5, 1.0)$ ,  $R10 = (1.5, 5.0)$ ,  
 $R11 = (3.0, 5.0)$ ,  $R12 = (3.0, 4.0)$ ,  $R13 = (1.50, 4.0)$ ,  
 $G01 = (4.5, 1.0)$ ,  $G02 = (4.5, 6.0)$ ,  
 $G03 = (7.5, 6.0)$ ,  $G04 = (7.0, 5.0)$ ,  
 $G05 = (5.5, 5.0)$ ,  $G06 = (5.5, 2.0)$ ,  
 $G07 = (6.5, 2.0)$ ,  $G08 = (6.5, 3.0)$ ,  
 $G09 = (6.0, 3.0)$ ,  $G10 = (6.0, 4.0)$ ,  
 $G11 = (7.5, 4.0)$ ,  $G12 = (7.5, 1.0)$ .

2) Defina as funções que representarão as coordenadas do ponto  $P$  que percorrerá a trajetória cujo traço serão as letras que formam a palavra FURG. Nesse sentido, a função  $f_1(x)$  representará a coordenada  $X$  e a função  $g_1(x)$  representará a coordenada  $y$  do ponto  $P$ .

3) Crie um Controle deslizante, rotulando-o com a letra  $a$ ;

4) Para o Controle deslizante, defina:

valor mínimo = 0 e valor máximo = 43;

incremento = 0.001;

velocidade da animação = 0.50.

5) Pelo campo Entrada de dados do GeoGebra, crie o ponto  $P = (f_1(a), g_1(a))$ , cujas

coordenadas dependem do parâmetro de animação. Você notará que surge o ponto  $P$  na área de trabalho do GeoGebra.

6) Com o ponteiro do mouse sobre o ponto  $P$ , clique com o botão direito do mouse e ative a opção Habilitar rastro.

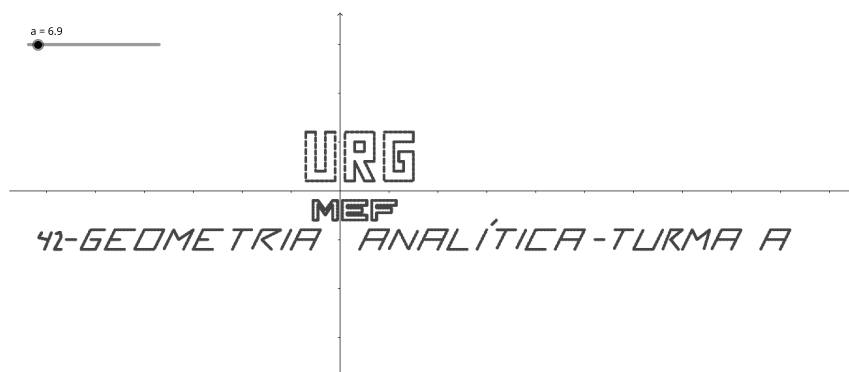
7) Com o ponteiro do mouse sobre o Controle deslizante, clique com o botão direito do mouse e ative a opção animação. Você deverá observar o ponto  $P$  movendo-se ao longo dos segmentos de reta que formam a palavra FURG.

Foi, também, disponibilizado aos estudantes o link ([https://www.youtube.com/watch?v=jszB\\$\\_\\$5v7seA](https://www.youtube.com/watch?v=jszB$_$5v7seA)) ensinando como criar no GeoGebra, funções definidas por várias sentenças, habilidade necessária para a construção do item 2).

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISES

Na execução do trabalho, foi percebida a possibilidade de conectar o assunto com o estudo de funções em Cálculo Diferencial e Integral I, pois isso permitiria uma programação mais adequada da movimentação planejada do ponto ou pontos que produziriam a escrita desejada. Os estudantes que participaram ativamente na disciplina, formaram, em sua grande maioria, um único grupo havendo apenas um ou dois estudantes que trabalharam sozinhos. Dentro do grupo, dividiram as tarefas e realizaram a atividade razoavelmente bem, havendo algumas falhas na formação completa de todas as palavras. Ao natural, alguém se destacou como a pessoa que liderou a equipe toda.

Houve uma apresentação on line da animação final. Na turma de Geometria Analítica do curso de Bacharelado em Matemática Aplicada (Figura 1) o trabalho não ficou completo, porque não foi colocado o código da disciplina e as palavras IMEF e FURG ficaram incompletas faltando uma letra em cada uma delas. Talvez alguma dificuldade de liderança na equipe. Na turma de Geometria Analítica e Álgebra Linear do curso de Engenharia de Automação (Figura 2) o produto final ficou mais próximo do que se esperava.



**Figura 1.** Resultado do trabalho produzido pela turma de Geometria Analítica do curso de Bacharelado em Matemática Aplicada. Fonte: do autor.



**Figura 2.** Resultado do trabalho produzido pela turma de Geometria Analítica e Álgebra Linear do curso de Engenharia de Automação. Fonte: do autor.

## 5. CONCLUSÕES

As animações em computador são ricas em situações de aplicações de tópicos estudados em Geometria Analítica e Álgebra Linear. A proposta da atividade, apresentada neste trabalho, surgiu justamente da possibilidade de abordar esses tópicos mediante a confecção de pequenos filmes de animação nos quais palavras, cenários e objetos, são modelados pelos equacionamentos de retas, circunferências, curvas cônicas, planos e superfícies quádricas. É um grande interesse, dentro do projeto Matemática Animada, a elaboração de critérios de avaliação para os trabalhos finais, a fim de que esse tipo de atividade integre a prática e avaliação nas disciplinas dentro dos cursos regulares. Além disso, tem-se como ambição estabelecer uma sistemática para a sua aplicação, pois os alunos trabalham em grupos, elaboram as cenas e movimentos desejados, ao final, o material é concatenado numa única montagem. Essa prática seria muito educativa no sentido de exigir trabalho colaborativo de equipes e o desenvolvimento de habilidades como autonomia e iniciativa, características bastante pertinentes aos tempos que vivemos e que contribuirão para a formação dos futuros egressos de nossos cursos.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. L. Boldrini, S. I. R. Costa e H. G. Wetzler, *Álgebra Linear e Aplicações*, 3<sup>a</sup> ed. São Paulo: Harbra, 1984.
- [2] S. H. Fiscarelli, M. H. S. S. Bizelli e L. A. A. d. Oliveira, “Desenvolvimento de Animações Multimídia Para o Ensino de Química: Fundamentos teóricos e desenvolvimento”, em *Anais 27 EDEQ*, vol. 1, 2011.
- [3] D. Ribeiro Júnior, “O Audiovisual na Escola: dominação ou transformação”, *Revista Universitária do Audiovisual*, v. 15, n. 2, pp. 1–7, 2011.
- [4] R. S. Santos, “Tecnologias Digitais na Sala de Aula para Aprendizagem de Conceitos de Geometria Analítica: manipulações no softwares Grafeq”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

- [5] A. Wiebusch e V. M. d. R. Lima, “Inovação nas práticas pedagógicas no Ensino Superior: possibilidades para promover o engajamento acadêmico”, *Educação por Escrito*, v. 9, n. 2, pp. 154–169, 2018. DOI: 10.15448/2179-8435.2018.2.31607.