

Introdução ao pensamento algébrico por meio da Resolução de Problemas e do uso de Materiais Didáticos Manipuláveis

Introducing algebraic thinking through Problem Solving using Manipulative Didactic Materials

Ricardo Kucinskas¹ • Renata Cristina Geromel Meneghetti²

Resumo: O objetivo deste trabalho é apresentar e analisar uma situação-problema para introduzir o pensamento algébrico, o que faz parte de uma pesquisa maior voltada ao ensino de Álgebra. Essa pesquisa foi elaborada e aplicada através de uma abordagem metodológica baseada na Resolução de Problemas e no uso de Materiais Didáticos Manipuláveis. Através de um estudo de caso, pautado numa abordagem qualitativa, procedeu-se à elaboração e aplicação de uma sequência didática com estudantes do Ensino Fundamental. Analisaremos uma das situações-problema, referente a um dos níveis da proposta elaborada, que teve por objetivo introduzir e desenvolver o pensamento algébrico de estudantes previamente à definição formal do conceito de variável. Os principais instrumentos de pesquisa utilizados na discussão deste artigo foram: (1) a observação participante, relacionada ao acompanhamento e intervenção da aplicação; e (2) parte de uma das fichas didáticas aplicadas, contendo uma situação-problema relacionada ao objetivo deste artigo. Esses dados foram analisados por meio dos pressupostos da análise de conteúdo. A discussão desenvolvida evidencia elementos que apontam que os estudantes avançaram quanto à identificação e compreensão das regularidades em sequências numéricas e figurais e quanto à identificação e compreensão do uso de uma variável; isto sinaliza o potencial da abordagem adotada.

Palavras-chave: Álgebra. Pensamento algébrico. Resolução de Problemas. Materiais Didáticos Manipuláveis.

Abstract: This study aims to present and analyze a problem-situation designed to foster the introduction of algebraic thinking, which is part of a larger research focused on teaching Algebra. This research was developed and implemented through a methodological approach based on Problem Solving and the use of Manipulative Didactic Materials. Through a case study grounded in a qualitative approach, a didactic sequence was designed and applied to students in Elementary School. We will analyze one of the problem-situations, referring to one of the levels of the elaborated proposal, which aimed to introduce and develop students' algebraic thinking prior to the formal definition of the concept of variable. The main research instruments used in the discussion of this article were: (1) participant observation, related to monitoring and intervention of the application; and (2) part of one of the teaching sheets applied, containing a problem-situation related to the objective of this article. These data were analyzed using the assumptions of content analysis. The presented discussion highlights elements that indicate that students have advanced in identifying and understanding regularities in numerical and figural sequences and identifying and understanding the use of a variable, which signals the potential of the approach adopted.

Keywords: Algebra. Algebraic thinking. Problem Solving. Manipulative Didactic Materials.

¹ Prefeitura Municipal de Araraquara (PMA) • Araraquara, SP — Brasil • ricardo.kucinskas@educararaquara.com.br • ORCID 0000-0002-7416-9082 (<https://orcid.org/0000-0002-7416-9082>)

² Universidade de São Paulo (USP) • São Paulo, SP — Brasil • rcgm@icmc.com.br • ORCID 0000-0002-8482-4001 (<https://orcid.org/0000-0002-8482-4001>)

1 Introdução

No ensino da Álgebra escolar, podem ser identificadas dois tipos de abordagens: uma que enfatiza a linguagem algébrica e outra que valoriza o desenvolvimento do pensamento algébrico. Na primeira, o foco principal é a resolução de exercícios e problemas utilizando a linguagem algébrica como ferramenta central. A segunda – que reconhece e valoriza inclusive o papel essencial da linguagem algébrica – a atividade dos estudantes adquire uma dimensão distinta, “desenvolvendo-se a partir de tarefas de cunho exploratório ou investigativo, em contexto matemático ou extra-matemático” (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 15).

No final do século passado, com a consolidação da Educação Matemática enquanto campo científico, diversas tendências relacionadas à Álgebra começaram a ser debatidas. Esses debates destacaram, sobretudo, a discussão sobre os conteúdos a serem ensinados nas escolas de Educação Básica, gerando um interesse crescente na definição e caracterização do denominado “pensamento algébrico”.

Para o americano James Kaput (1942-2005), “o pensamento algébrico manifesta-se quando, através de conjecturas e argumentos, *se estabelecem generalizações* sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais” (Ponte; Branco; Matos, 2008, p. 90, grifos nossos). De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), o pensamento algébrico tem como elementos caracterizadores a percepção de regularidades; a percepção, em determinada situação, de aspectos invariantes, em contraste com outros que variam; as tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema; *e a presença do processo de generalização*.

Essas perspectivas destacam a generalização e a inserem no centro do processo de ensino e aprendizagem, evidenciando que a Álgebra escolar ultrapassa o simbolismo formal. Sob a perspectiva do pensamento algébrico com foco na generalização, este trabalho apresenta e analisa uma proposta de situação-problema voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A investigação, realizada pela tese do primeiro autor (sob orientação da segunda autora), adotou uma abordagem metodológica baseada na Resolução de Problemas e no uso de Materiais Didáticos Manipuláveis.

Neste trabalho apresentamos um breve recorte desta tese de doutorado, em que selecionamos uma situação-problema da sequência didática aplicada, referente a um dos níveis da proposta elaborada, tendo por objetivo introduzir e desenvolver o pensamento algébrico de estudantes previamente à definição formal do conceito de variável.

2 Procedimentos metodológicos

A proposta da abordagem metodológica para o ensino de Álgebra, apresentada na tese de Kucinskas (2024), foi investigada como estudo de caso do processo junto a uma turma de 9º ano, em uma escola pública municipal, localizada no interior de São Paulo, conforme os pressupostos teóricos da pesquisa qualitativa (Gil, 2002). Os principais instrumentos de pesquisa utilizados na discussão deste artigo foram: (1) a observação participante, relacionada ao acompanhamento e intervenção da aplicação registrada em diário de campo; e (2) parte de uma das fichas didáticas aplicadas, contendo uma situação-problema cujo objetivo era introduzir e desenvolver o pensamento algébrico de estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

As fichas didáticas foram organizadas em três fases, denominadas: “Pensamento Algébrico – identificação e compreensão de regularidades”, “Expressões Algébricas – representações com o uso de variáveis como generalizadoras de modelos” e “Equações Polinomiais do Primeiro Grau – resolução de problemas com o uso de variáveis como incógnitas e/ou generalizadoras de modelos”.

Cada uma dessas fichas didáticas apresenta situações-problema que abordam habilidades de aprendizagem específicas da Álgebra segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além das habilidades, as fichas didáticas destacam MDM separados adequadamente como recurso didático-pedagógico das situações-problema propostas.

Neste trabalho focalizaremos a primeira dessas fases, cujas situações-problema tinham o potencial para abordar a identificação e a compreensão de regularidades, valorizando desta forma o desenvolvimento do pensamento algébrico, em contraste com abordagem que priorizam a ênfase precoce da linguagem algébrica.

Na seção 5, apresentamos a análise dos dados parciais referente a uma das situações-problema abordada e focalizada neste trabalho, descrevendo as categorias identificadas e destacando alguns dos nossos resultados de pesquisa. Antes disso, apresentamos algumas considerações teóricas a respeito da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAA MaRP).

3 Sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP)

Na pesquisa supracitada, apresentamos e analisamos os dados obtidos através da implementação de uma sequência didática, fundamentada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) e no uso de Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM).

A Resolução de Problemas (RP) enquanto metodologia de ensino pode ser pensada e estruturada de formas diversas. Defendemos, no entanto, a proposta de Onuchic e Allevato (2004) que insere o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem. Para isso, essas autoras sugerem o trabalho didático a partir de problemas para se ensinar Matemática, ou seja, ensinar Matemática através da (isto é, ao longo da) Resolução de Problemas: a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP).

Nesse contexto, os problemas são instrumentos cuidadosamente selecionados e/ou construídos para alcançar objetivos de aprendizagem previamente estabelecidos pelo planejamento do trabalho docente. Além disso, a MEAAMaRP destaca a importância de avaliar todo o processo da RP, e não apenas a solução alcançada ao final de cada problema:

A partir dessa metodologia de ensino, o problema vai além de um simples exercício que exige a aplicação de uma fórmula ou técnica operacional; tão pouco a RP deve ser vista como uma atividade destinada somente à aplicação de conceitos. Ao contrário disso tudo, a **RP deve ser considerada como uma orientação para a aprendizagem** (Kucinskas, Meneghetti e Giamlourenço, 2024, p. 4, grifos nossos).

Tendo em vista essas considerações acerca dessa metodologia, considerando a RP enquanto atividade de orientação para a aprendizagem, entendemos e definimos um problema como aquilo que desperta interesse no aluno, apesar de ainda não ser conhecido o caminho da sua solução (Onuchic e Allevato, 2011).

Onuchic e Allevato (2011) destacam que os problemas devem ser apresentados antes da introdução formal dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, o problema tem o papel de ponto de partida para orientar a aprendizagem, permitindo que a construção do conhecimento aconteça durante o processo (por isso dizemos “através”) da resolução. Isso contrasta com o modelo de aula tradicional, onde o conteúdo é apresentado de forma universalizada e formalizada desde o início.

Resumidamente, cabe ao professor orientar e mediar o processo de ensino e aprendizagem, incentivando os alunos a mobilizarem seus conhecimentos prévios e a enfrentarem os desafios que surgirem ao longo do percurso. Sempre que necessário, o docente deve intervir para auxiliar na busca de soluções. Ao final desse processo, as ideias obtidas devem ser organizadas e sistematizadas coletivamente em sala de aula pelo educador.

Por isso, afirmamos que a aplicação da MEAAMaRP proporciona uma aprendizagem significativa, pois conduz o estudante a se engajar ativamente com os objetos de conhecimento matemáticos. A seguir, refletimos teoricamente sobre o uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM).

4 Sobre os Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM)

Nesta seção, iniciamos uma discussão quanto à utilização de Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM), conforme as perspectivas de diferentes autoras e autores, no que se refere ao envolvimento ativo do estudante. Referente ao termo MDM, nos fundamentamos por propostas que recomendam

MDM como objetos físicos que o aluno pode experimentar por si mesmo **através da manipulação**, de forma que lhe sejam apresentados **os objetivos pedagógicos da(s) atividade(s)** para que os aprendizes tenham intencionalidade e consciência ativa das suas ações sobre cada objeto manipulado (Kucinskas, 2024, p. 44, grifos nossos).

Diversos estudos na área da Educação Matemática – como os de Curi (2004) e Meneghetti, Kucinskas e Santos Junior (2015) – refletem sobre o estudante como protagonista do processo de ensino e de aprendizagem, desenvolvendo pesquisas para investigar a eficácia do uso de MDM como recurso didático-pedagógico. Os autores citados trazem como resultado principal que este uso pode contribuir para a mediação e orientação do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Na pesquisa de doutorado realizada por Curi (2004), as professoras participantes realçaram a importância da utilização de MDM como meio para tornar as aulas de Matemática mais atrativas para os estudantes. Meneghetti, Kucinskas e Santos Junior (2015) ressaltam que, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, é fundamental que os educadores utilizem experiências, como a manipulação de MDM, a fim de estabelecer conexões entre essas experiências e a aprendizagem dos alunos sobre conceitos e símbolos matemáticos. Além disso, os autores enfatizam a importância de promover a transição gradual do pensamento concreto para o abstrato.

Diante disso, a fim de garantir uma aprendizagem por excelência, destacamos que:

[...] o sucesso por meio do uso de MDM depende principalmente da concepção pedagógica da/o professora/r, que deve priorizar a aprendizagem por excelência. Em outras palavras, **defendemos que juntamente ao material concreto, exista uma proposta didático-pedagógica coerente que justifique a sua utilização**, uma vez que o MDM em si não é (nem pressupõe automaticamente) uma metodologia de ensino (Kucinskas, Meneghetti, Giamlourenço, 2024, p. 6, grifos nossos).

Na próxima seção, apresentamos a análise dos dados, descrevendo a primeira das categorias identificadas na pesquisa desenvolvida, que destaca a identificação e a compreensão de regularidades, como característica que valorizam o desenvolvimento do pensamento algébrico, em contraste com abordagem que priorizam a ênfase precoce da linguagem algébrica.

5 Análise dos dados e resultados de pesquisa

Após a exploração do material de pesquisa, por meio da análise de conteúdo segundo Bardin (2011), no trabalho como um todo, obtivemos três categorias a priori:

- CATEGORIA 01 – “Identificação e compreensão da representação por letras nas expressões algébricas”;
- CATEGORIA 02 – “Representação das relações que demonstram a compreensão da ideia de variável como generalizadora de modelos”; e,
- CATEGORIA 03 – “Resolução de problemas com procedimentos que utilizam variáveis como incógnitas ou constantes”.

Na análise da primeira situação-problema da fase do “Pensamento algébrico” da sequência didática desenvolvida, buscou-se elementos que justificassem a primeira categoria, a qual tratava de uma demanda observada na análise da avaliação diagnóstica inicial. Desse modo, exploramos evidências relacionadas à identificação e compreensão da representação por letras nas expressões algébricas.

Para resolver a primeira situação-problema (Figura 1, a seguir), foram disponibilizados cartões coloridos que poderiam ser numerados com os algarismos 2 e 5. Esse MDM foi utilizado como recurso para investigar a sequência numérica proposta.

Figura 1: Situação-problema da fase do “Pensamento Algébrico”

FICHA 01 – “PENSAMENTO ALGÉBRICO: identificação e compreensão de regularidades”

SITUAÇÃO-PROBLEMA 01

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**
 - (a) Descubra os cinco próximos elementos dessa sequência.
 - (b) Seria possível determinar o 26º elemento dessa sequência? Que número seria?
 - (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.
 - (d) Seria possível escrever uma expressão matemática (fórmula do termo geral da sequência) para determinar um número em uma posição qualquer desta sequência? EXPLIQUE O SEU RACIOCÍNIO E MOSTRE COMO VOCÊ OBTÉRIA ESSA EXPRESSÃO.

HABILIDADES PARA A 1ª SITUAÇÃO-PROBLEMA: (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita; (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas; (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes (Brasil, 2018).

MDM disponibilizado: cartões coloridos, confeccionados com cartolina.

Fonte: Dados da pesquisa de Kucinskas (2024).

Cada grupo de estudantes usou os cartões de maneira distinta: alguns estudantes resolveram a situação-problema de forma independente desse MDM, enquanto outros recorreram aos cartões como apoio para encontrar, de maneira concreta, a solução do problema de determinar o 26º elemento da sequência.

A seguir, na Figura 2, a primeira situação-problema foi resolvida ao perceber que o número 5 ocupava posições pares na sequência apresentada. No entanto, esse padrão não foi generalizado com uma fórmula do termo geral: “De acordo com a sequência numérica, 2 sempre será ímpar e 5 par” (sujeitos de pesquisa).

Figura 2: Resolução da 1ª situação-problema da fase do “Pensamento Algébrico”

1a) Vendo com a sequência numérica 2 sempre ímpar
ímpar é 5 par

[De acordo com a sequência numérica, 2 sempre será ímpar e 5 par.]

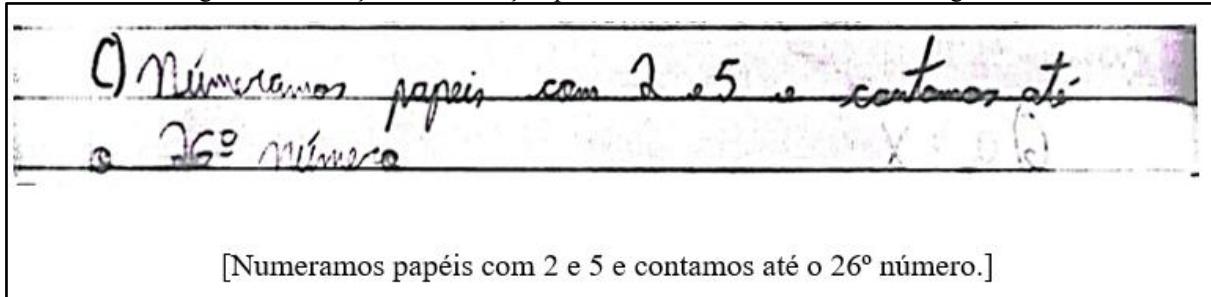
Fonte: Dados da pesquisa de Kucinskas (2024).

Apesar da imprecisão na linguagem, fica evidente a percepção de regularidades, o que caracteriza o pensamento algébrico. Por outro lado, não foram observados avanços na representação ou explicitação das estruturas dos problemas. Nota-se que a regularidade da sequência numérica foi expressa por meio da língua materna, sem utilizar simbologia algébrica.

Outros estudantes, por sua vez, resolveram a primeira situação-problema utilizando os

cartões disponibilizados, porém sem explicitar nenhum processo de generalização característico do pensamento algébrico (Figura 3), o que é possível observar pelo seguinte relato: “Numeramos papéis com 2 e 5 e contamos até o 26º número” (sujeitos de pesquisa).

Figura 3: Resolução da 1ª situação-problema da fase do “Pensamento Algébrico”



Fonte: Dados da pesquisa de Kucinskas (2024).

A primeira situação-problema desta fase apresentou uma sequência numérica com o propósito de promover a compreensão da ideia de variável e a percepção de regularidades, além de possibilitar a exploração do uso da simbologia algébrica. As respostas dos estudantes revelaram que, embora houvesse compreensão dessa ideia e a percepção de regularidades, o uso da linguagem algébrica ainda não se apresentava de forma notória.

Os cartões numerados utilizados como MDM foi um recurso imprescindível para determinar a solução do problema que envolvia encontrar o vigésimo-sexto termo da sequência, como evidenciado na resposta dos estudantes. Nesse caso, o pensamento algébrico – mais próximo do concreto do que do abstrato – foi favorecido pelo uso do MDM. No próximo item das considerações finais, trazemos as conclusões referentes aos dados analisados nesta seção e apresentados enquanto resultados de pesquisa.

6 Considerações finais

Na aplicação da situação-problema analisada, a utilização de MDM envolveu cuidados importantes, como selecionar um material adequado e planejar antecipadamente as situações-problema apresentadas (Cavalcanti, 2007). Desta forma, partindo do pressuposto para MDM investigado na literatura e considerando uma abordagem metodológica de ensino fundamentada pela MEAAMaRP associada ao uso de MDM, conduziu-se um processo de resolução de problemas que possibilitou a experimentação através da manipulação de objetos físicos.

Como apresentado neste trabalho, desde o início da primeira situação-problema na fase do “Pensamento Algébrico”, alguns estudantes demonstraram um pensamento algébrico mais próximo do nível abstrato do que do concreto. Em certos momentos, houve variações na

utilização do MDM por parte dos sujeitos de pesquisa. Por outro lado, com a apresentação dos objetivos da primeira fase da sequência didática, foi possível observar intencionalidade e consciência ativa nas ações realizadas com cada objeto manipulado, mesmo quando os estudantes optavam por um uso menos dependente ou quando deixavam de lado os materiais concretos oferecidos.

De maneira geral, observamos que os estudantes conseguiram evoluir em relação ao desenvolvimento de habilidades de ensino e aprendizagem propostas pela BNCC, as quais foram contempladas e planejadas pelos pesquisadores nos problemas da fase do “Pensamento Algébrico”. Portanto, a categoria “Identificação e compreensão da representação por letras nas expressões algébricas”, esteve presente nas comunicações caracterizadas como trabalho escolar dos sujeitos participantes desta pesquisa. Assim, conforme a análise de conteúdo de Bardin (2011), foi possível identificar que a compreensão das regularidades e o uso da variável como generalizadora de modelos se configuraram como uma tendência entre os estudantes. Assim, reescrevemos o texto da Categoria 01, como “Identificação e compreensão [de regularidades de uma sequência numérica ou figural] e [do uso de variável como generalizadora de modelos]”.

Esta categoria evidencia o potencial da abordagem metodológica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, MEAAMaRP, integrada ao uso de Materiais Didáticos Manipuláveis, MDM, para desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, contribuindo com a área da Educação Matemática.

Enfatizamos que a tese de Kucinskas (2024) aprofunda e explicita as outras quatro categorias a posteriori³ que podem colaborar com outras investigações sobre o ensino de Álgebra, o desenvolvimento do pensamento algébrico, a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação e a utilização de materiais manipuláveis.

7 Agradecimentos

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, PPGEdC, da Faculdade de Ciências de Bauru da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Unesp, através do qual foi desenvolvida a referida tese; à Prefeitura Municipal de Araraquara, PMA, que autorizou a realização da pesquisa abordada neste trabalho em uma de suas unidades escolares.

³ Ao leitor/a interessado/a, o/a convidamos a conferir na íntegra as discussões referentes às cinco categorias mencionadas.

Referências

- BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2025.
- CAVALCANTI, Lialda Bezerra. *O uso do material concreto com representações retangulares na construção do conceito de decomposição multiplicativa*. 2007. 199f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4417>>. Acesso em: 25 jan. 2025.
- CURI, Edda. *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. 2004. 278f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2025.
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar a educação algébrica elementar. *Pro-Posições*, v. 4, n. 1, p. 78-91, mar., 1993. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>>. Acesso em: 25 jan. 2025.
- GIL, Antonio Carlos *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- KUCINSKAS, Ricardo; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; GIAMLOURENÇO, Priscila Regina Gonçalves de Melo. A Resolução de Problemas e o uso de Materiais Didáticos Manipuláveis para o ensino de Álgebra: perspectivas iniciais no âmbito da Educação Especial e Inclusiva. In: *Anais do XVIII Encontro Iberoamericano de Educação/Encuentro Iberoamericano de Educación – XVIII EIDE*. Araraquara, Brasil, 2024. No prelo.
- KUCINSKAS, Ricardo. *Uma proposta de abordagem metodológica para o ensino de Álgebra*. 2024. 202f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Bauru. Disponível em: <<https://hdl.handle.net/11449/257724>>. Acesso em: 25 jan. 2025.
- MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; KUCINSKAS, Ricardo; SANTOS JUNIOR, Tiago. Atividades investigativas para o ensino médio por meio do uso de um material didático manipulável. In: *Anais da XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática/Conferencia Interamericana de Educación Matemática – XIV CIAEM*. Tuxtla Gutiérrez, México, 2015, p. 145-154.
- ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo Carvalho. (Org.) *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212-231.
- ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução

de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>>. Acesso em: 25 jan. 2025.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação e Matemática (Revista da Associação de Professores de Matemática)*, n. 100, p. 89-96, 2008. Disponível em: <<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1736/1776>>. Acesso em: 25 jan. 2025.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2025.

USISKIN, Zalman. Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. *Algebraic Thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications*, p. 7-13, 1999. Disponível em: <https://www.bgsu.edu/content/dam/BGSU/nwo/documents/camp/Aug11-2016/ONLYPAGES1and2_conceptionsschoolalgebra_Usiskin.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2025.