



ABORDAGEM BAYESIANA APLICADA AO MODELO DE STOFFELS-SOEST PARA A ESTIMATIVA HIPSOMÉTRICA DE EUCALIPTAIS

Rafael Gomes Leão¹; Carlos Henrique Lopes Ribeiro²; Carolane Dias Xavier³; Caroline Junqueira Sartori⁴; Ivan da Costa Ilheu Fontan⁵; Bruno Oliveira Lafeta⁶

1 Rafael Gomes Leão, Bolsista CNPq, Engenharia Florestal, IFMG Campus São João Evangelista, São João Evangelista – MG; rafaelgomessps2018@gmail.com

2 Carlos Henrique Lopes Ribeiro, Bolsista CNPq, Engenharia Florestal, IFMG Campus São João Evangelista, São João Evangelista – MG; carloshenriqueledes1486@gmail.com

3 Carolane Dias Xavier, Bolsista CNPq, Engenharia Florestal, IFMG Campus São João Evangelista, São João Evangelista – MG; carolanediasxavier1819@gmail.com

4 Caroline Junqueira Sartori, Pesquisador do IFMG, Campus São João Evangelista; caroline.sartori@ifmg.edu.br

5 Ivan da Costa Ilheu Fontan, Pesquisador do IFMG, Campus São João Evangelista; ivan.fontan@ifmg.edu.br

6 Orientador: Bruno Oliveira Lafeta, Pesquisador do IFMG, Campus São João Evangelista; bruno.lafeta@ifmg.edu.br

RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar a aplicação da abordagem Bayesiana ao modelo de Stoffels-Soest para estimar a altura total de um eucaliptal na região central de Minas Gerais. O clima na região é do tipo Cwa pelo sistema de classificação internacional de Köppen. A pesquisa foi conduzida em uma unidade de manejo florestal de 77,21 ha, plantada com um clone de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake. O inventário foi conduzido aos 60 meses de idade, sendo distribuídas aleatoriamente 10 parcelas de 20 × 20 m (400 m²). Mensurou-se o diâmetro com casca à altura do peito (DAP, à altura de 1,30 m do solo, cm) e a altura total (H, m) dos dez primeiros fustes por parcela. O modelo linear hipsométrico de Stoffels-Soest foi adotado como referência para a estimativa da altura em função exclusivamente do diâmetro. O modelo foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e por abordagem Bayesiana. A abordagem Bayesiana foi avaliada com adoção de 500, 1.000, 2.000 e 4.000 iterações. As análises estatísticas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.4.1. A amostragem contemplou 100 fustes com amplitudes de 5,03 a 16,55 cm de DAP e de 10,7 a 26,4 m de altura. Foram estabelecidas cinco relações funcionais para a estimativa da altura dos fustes. O realismo biológico das equações foi evidenciado pelo parâmetro angular positivo, indicando que fustes mais grossos estão associados a maiores medidas hipsométricas. O ajuste por abordagem Bayesiana mostrou-se um pouco menos preciso em comparação com o MQO, diferenciando entre si em milésimos. O aumento da quantidade de iterações da abordagem Bayesiana não implicou em melhoria da qualidade preditiva. Conclui-se que a abordagem Bayesiana é uma metodologia promissora para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels-Soest aplicado ao povoamento de eucalipto com 60 meses de idade em estudo.

PALAVRAS CHAVE: Relação hipsométrica; Modelagem; Parametrização.



INTRODUÇÃO:

Informações biométricas de altura e diâmetro são convencionalmente coletadas em inventários para a estimativa do estoque volumétrico de madeira em povoamentos florestais (BINOTI et al., 2017). Entretanto, a medição da altura total é laboriosa e sujeita a diversos problemas operacionais devido a inclinação/tortuosidade de fustes, condições do vento e, em povoamentos mais densos, falta de visibilidade do ápice da copa. Nesse sentido, iniciaram-se pesquisas sobre relações hipsométricas para simplificar levantamentos quantitativos arbóreos.

A estratégia de selecionar os fustes sequenciais por parcela é a abordagem mais adotada para a modelagem hipsométrica no país (CAMPOS; LEITE, 2017). Nessa estratégia, os primeiros fustes encontrados em cada parcela são medidos e utilizados no estabelecimento de relações funcionais para a estimativa da altura arbórea. Apesar de simples e de fácil implementação em campo, é importante considerar que tal estratégia pode apresentar desafios estatísticos, como violações de premissas para a aplicação do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), sobretudo, a falta de independência dos resíduos (ÖZÇELİK et al., 2018; RAPTIS et al., 2021; ZHOU et al., 2023).

Diversas alternativas ao MQO para o ajuste de modelos de regressão linear estão disponíveis na literatura estatística, como a abordagem Bayesiana, regressão quantílica e técnicas de inteligência artificial (LINDLEY; SMITH, 1972; CAMPOS; LEITE, 2017; ARAÚJO JÚNIOR et al., 2016). A abordagem Bayesiana se destaca entre essas metodologias por sua robustez e flexibilidade, permitindo a parametrização de modelos matemáticos com base em distribuições de probabilidade a priori. Essa característica é especialmente útil em situações com dados limitados ou quando é necessário incorporar conhecimentos prévios sobre o sistema estudado, o que enriquece o modelo e reduz a incerteza associada às estimativas (SALLES et al., 2019).

Mediante exposto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar a aplicação da abordagem Bayesiana ao modelo de Stoffels e Soest (1953) para estimar a altura total de eucaliptais com 60 meses idade, localizados na região central de Minas Gerais. Este estudo faz parte do projeto de pesquisa “Estratégias para a seleção de fustes na modelagem hipsométrica de eucalipto”, contemplado no Edital 34/2023 do IFMG.

METODOLOGIA:

A pesquisa foi conduzida em uma unidade de manejo florestal de 77,21 ha localizada na porção central do estado de Minas Gerais, sob as coordenadas planas (Datum SIRGAS 2000, UTM, zona 23 S) 567041 de longitude e 7957427 de latitude. O clima na região é do tipo Cwa pelo sistema de classificação internacional de Köppen, com médias anuais de precipitação e temperatura de 1043 mm e 23,4°C, respectivamente.

O plantio clonal de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake foi estabelecido no arranjo espacial 3,0 × 2,5 m (7,5 m²). O inventário foi conduzido aos 60 meses de idade, sendo distribuídas aleatoriamente 10 parcelas de 20 × 20 m (400 m²). Mensurou-se o diâmetro com casca à altura do peito (DAP, à altura de 1,30 m do solo, cm) e a altura total (H, m) dos dez primeiros fustes por parcela.

O modelo linear hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) foi adotado como referência para a estimativa da altura total em função exclusivamente do diâmetro. O modelo foi ajustado para todo o banco de dados pelo método MQO e por abordagem Bayesiana – com função de densidade

probabilística Gaussiana. A abordagem Bayesiana foi avaliada com adoção de 500, 1.000, 2.000 e 4.000 iterações.

Modelo de Stoffels e Soest (1953):

$$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \ln(\varepsilon)$$

Em que: β_0 e β_1 = parâmetros dos modelos de regressão e ε = erro aleatório.

O desempenho da modelagem foi avaliada de acordo com os valores da Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM), Média dos Desvios Absolutos (MDA) e coeficiente de correlação de Pearson ($r_{Y\hat{Y}}$). Menores valores de RQEM e MDA implicaram em melhor qualidade preditiva. Realizaram-se análises de inspeção gráfica dos valores estimados e observados de altura em função do diâmetro, com intervalos de confiança de 95% de probabilidade definidos somente para a metodologia MQO.

As análises estatísticas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.4.1 (R CORE TEAM, 2024), ao nível de significância de 5%.

RESULTADOS:

O inventário florestal amostrou 100 fustes com amplitudes de 5,03 a 16,55 cm de DAP e de 10,7 a 26,4 m de altura. Os parâmetros dos modelos testados e a qualidade dos ajustes estão apresentados na Tabela 1. As equações obtidas para a estimativa de altura apresentaram poucos desvios, com baixos valores de RQEM e MDA. Os coeficientes de correlação foram altos e significativos ($r_{Y\hat{Y}} > 0,84$; $p \leq 0,05$). O modelo de Stoffels e Soest (1953) ajustado pela abordagem Bayesiana mostrou-se um pouco menos preciso em comparação com o MQO, diferenciando entre si em milésimos.

Tabela 1. Coeficientes e qualidade de ajuste do modelo de Stoffels e Soest (1953) pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e abordagens Bayesianas (B) para a estimativa da altura de fustes de eucalipto com 60 meses de idade.

Modelo	β_0	β_1	MDA	RQEM	$r_{Y\hat{Y}}$
MQO	1,498577	0,623197	1,1122	1,3313	0,8405*
B - 500 iterações	1,502524	0,621188	1,1129	1,3313	0,8406*
B - 1.000 iterações	1,499022	0,622612	1,1135	1,3317	0,8405*
B - 2.000 iterações	1,500064	0,622165	1,1134	1,3316	0,8405*
B - 4.000 iterações	1,499082	0,622869	1,1126	1,3314	0,8405*

β_0 e β_1 = parâmetros dos modelos lineares de regressão; RQEM = raiz quadrada do erro médio; MDA = média dos desvios absolutos; $r_{Y\hat{Y}}$ = coeficiente de correlação de Pearson; * significativo a 5% de probabilidade pelo teste t.

O aumento da quantidade de iterações da abordagem Bayesiana não implicou em melhoria da qualidade preditiva (Tabela 1). Pela análise visual das margens de confiança ($1 - \alpha = 0,95$), verificou-se similaridade estatística das estimativas hipsométricas entre o MQO e as abordagens Bayesianas, com diferentes quantidades de iterações (Figura 1), para o ajuste do modelo de Stoffels e Soest (1953).

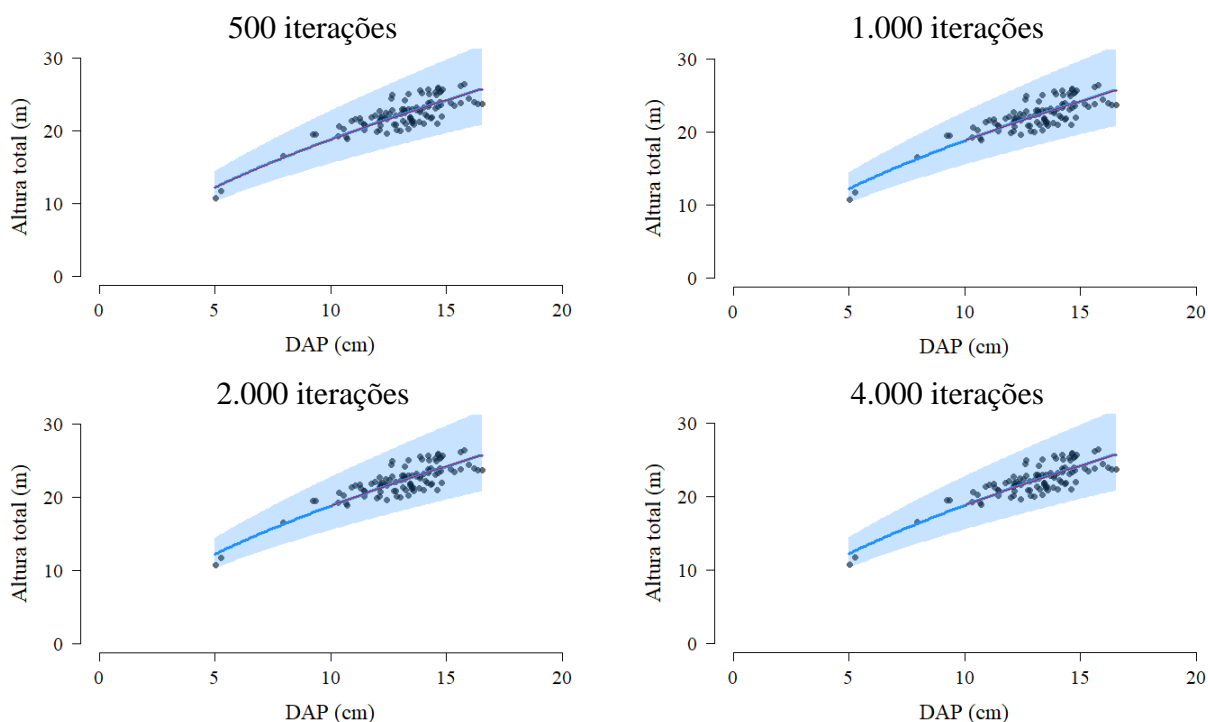


Figura 1. Representações gráficas do modelo de Stoffels e Soest (1953) ajustado pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO, linha azul) e abordagens Bayesianas com diferentes quantidades de iterações (linha vermelha) para a estimativa da altura de fustes de eucalipto com 60 meses de idade. Margem de confiança a 95% de probabilidade em azul, gerada para o MQO.

DISCUSSÕES:

Foram estabelecidas cinco relações funcionais baseadas no modelo de Stoffels e Soest (1953) para a estimativa da altura de fustes de eucalipto com 60 meses de idade na região de estudo. O realismo biológico das equações foi evidenciado pelo parâmetro angular positivo, indicando que fustes mais grossos estão associados a maiores medidas hipsométricas.

A tendência de aumento da dispersão das margens de confiança do modelo ajustado por MQO em fustes de maior diâmetro pode ser, em parte, justificada pela variabilidade da quantidade de indivíduos amostrados nessa faixa de tamanho ($DAP \geq 14$ cm). Enfatiza-se que fustes dominantes, de maior altura, são mais eficientes na competição por recursos de crescimento em relação àqueles adjacentes, o que pode acentuar ainda mais a variabilidade biométrica dentro de um povoamento florestal.

A abordagem Bayesiana demonstrou potencial de uso para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) aplicado à vegetação lenhosa, podendo ser recomendada particularmente diante de eventuais violações de premissas da estatística paramétrica (GUJARATI; PORTER, 2011). Dentre as quantidades de iterações avaliadas para essa abordagem, a menor quantidade estudada (500 iterações) resultou em estimativas hipsométricas um pouco mais precisas (Tabela 1). Contudo, é conveniente ressaltar que a escolha do número de iterações deve equilibrar a precisão das estimativas com a eficiência computacional.



CONCLUSÕES:

A abordagem Bayesiana é uma metodologia promissora para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) aplicado ao povoamento de eucalipto com 60 meses de idade em estudo.

REFERÊNCIAS:

- ARAÚJO JÚNIOR, C. A.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G. Curvas de índices de local em povoamentos de eucalipto obtidas por regressão quantílica. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 51, n. 6, p. 720-727, 2016.
- BINOTI, D. H. B.; DUARTE, P. J.; SILVA, M. L. M.; SILVA, G. F.; LEITE, H. G.; MENONÇA, A. R.; ANDRADE, V. C. L.; VEGA, A. E. D. Estimation of height of *Eucalyptus* trees with neuroevolution of augmenting topologies (NEAT). **Revista Árvore**, v. 41, n. 3, e410314, 2017.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV. 2017. 636p.
- GUJARATI, D.N.; PORTER, D.C. **Econometria básica**. 5. Ed. Porto Alegre -RS: AMGH Editora Ltda., 2011. 924p.
- LINDLEY, D. V.; SMITH, A. F. M. Bayes estimates for the linear model. **Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology**, v. 34, n. 1, p. 1-18, 1972.
- ÖZÇELİK, R.; CAO, Q. V.; TRINCADO, G.; GÖÇER, N. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. **Forest Ecology and Management**, v. 419-420, p. 240-248, 2018.
- R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. 2024.
- RAPTIS, D. I.; KAZANA, V.; KAZAKLIS, A.; STAMATIOU, C. Mixed-effects height–diameter models for black pine (*Pinus nigra* Arn.) forest management. **Trees**, v. 35, p. 1167-1183, 2021.
- SALLES, T. T.; NOGUEIRA, D. A.; BEIJO, L. A.; SILVA, L. F. Bayesian approach and extreme value theory in economic analysis of forestry projects. **Forest Policy and Economics**, v. 105, p. 64-71, 2019.
- STOFFELS, A.; SOEST, J. van. The main problems in sample plots. **Ned Bosbouw tijdschr**, v. 25, p. 190-199, 1953.
- ZHOU, X.; KUTCHARTT, E.; HERNÁNDEZ, J.; CORVALÁN, P.; PROMIS, Á.; ZWANZIG, M. Determination of optimal tree height models and calibration designs for *Araucaria araucana* and *Nothofagus pumilio* in mixed stands affected to different levels by anthropogenic disturbance in South Central Chile. **Annals of Forest Science**, v. 80, 18, 2023.