

VARIAÇÃO DE TEMPERATURA EM PROGRAMA DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS COMPOSTAS POR BARRAS DE EIXO RETO E CURVO

Letícia Amorim Melo¹; Luis Fernando Sampaio Soares²; Fernanda Gabriella Batista Santos Oliveira³;

Resumo

A presente pesquisa visa acrescentar o cálculo das deslocabilidades, esforços internos e reações de apoio em programa de análise elástico-linear de estruturas reticuladas compostas por barras de eixo reto e curvo sujeitas a solicitações por variação de temperatura. O módulo será adicionado aos demais componentes do PAE, software desenvolvido neste IFMA como resultado de diversos projetos de pesquisa, e contará ainda com a parceria da UNDB por meio de uma das suas docentes, especialista em programação e subcoordenadora deste trabalho. O algoritmo é baseado no Método dos Elementos Finitos, e o código utiliza a linguagem de programação FORTRAN. O Método das Forças foi empregado para a determinação dos respectivos vetores de carga para os elementos retos de seção constante e elementos em arco de circunferência. A validação foi feita por meio do Princípio dos Trabalhos Virtuais através de estruturas de autoria própria, assim como exemplos presentes na literatura técnica. Ao término deste projeto, o software será disponibilizado gratuitamente para a comunidade acadêmica como mais uma ferramenta de ensino e pesquisa.

Palavras-chave: Variação de temperatura. PAE. Método dos Elementos Finitos. Fortran.

Projeto Financiado pela FAPEMA por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Tecnológica (PIBITI) para o Ensino Superior.

¹ Estudante do Curso de Engenharia Civil do IFMA Campus São Luís – Monte Castelo; E-mail: leticiamel@acad.ifma.edu.br.

² Professor Dr. do Curso de Engenharia Civil do IFMA Campus São Luís – Monte Castelo; E-mail: luisfernandosoares@ifma.edu.br.

³ Professora Me. do Curso de Engenharia Civil da UNDB; E-mail: fernandagbso@gmail.com

Introdução

Segundo Soriano e Lima (2006), as estruturas são sistemas físicos capazes de receber e transmitir esforços, como em pontes, edifícios e torres. Para ele, um dos principais objetivos da análise de estruturas é relacionar as ações externas com os deslocamentos, reações de apoio e tensões, de tal modo que seja possível identificar eventuais transtornos no comportamento do material e/ou da estrutura. De acordo com Martha (2010), em estruturas isostáticas, a variação de temperatura não provoca esforços internos, pois apresentam o número de vínculos exatos para garantir a sua estabilidade. Em contrapartida, em estruturas hiperestáticas, provocam deformações e esforços, sendo de grande relevância para o seu dimensionamento.

Conforme explícito na NBR 6118 (2023), a variação de temperatura em uma estrutura é considerada um efeito uniforme e provocado pela temperatura atmosférica e pela insolação direta, dependendo, portanto, da sua localização global e dimensões dos seus elementos estruturais. Sendo assim, uma alternativa para investigar determinado fenômeno consiste no emprego de modelos matemáticos que representem o fenômeno físico presente em determinada aplicação, o que possibilita repetir o processo inúmeras vezes com o uso de métodos numéricos de solução e variar parâmetros sem onerar o modelo experimental, como afirma Pettres et al. (2013).

A modelagem dos arcos, tanto isostáticos quanto hiperestáticos, pode ser feita com uma série de elementos retos para aproximar a forma geométrica real da estrutura. No entanto, em determinadas circunstâncias de carga e contornos, resultados com razoável precisão só podem ser alcançados com um número elevado de elementos e tornam a análise ineficaz computacionalmente. Em contrapartida, os esforços e deslocamentos de um arco podem ser determinados através da divisão do domínio em elementos curvos (circulares e parabólicos). Trabalhos como os desenvolvidos por Marquis e Wang (1989) e Dorfi e Busby (1994) mostram que a convergência dos resultados utilizando elementos curvos para modelagem de arcos é bem mais eficiente do que com elementos retos.

Atualmente, é inevitável a execução de tarefas de análise estrutural, mesmo para estruturas reticuladas, sem o uso de computação gráfica. Neste contexto, o presente artigo apresenta a criação de um módulo do PAE (Programa de Análise Estrutural), baseado no método dos elementos finitos e escrito em Fortran, capaz de obter deslocabilidades, esforços internos e reações de apoio em elementos retos, mísulas, circunferenciais e parabólicos submetidos a carregamento térmico.

Metodologia

O desenvolvimento do algoritmo iniciou-se com a análise de elementos finitos reticulados em virtude da vasta referência bibliográfica, como pode ser visto, por exemplo, em Martha (2010) e Assan (2003). Por hipótese, considerou-se que o deslocamento transversal interno relativo à variação térmica é nulo. Como também que o elemento finito pode sofrer aquecimento ou resfriamento tanto em sua superfície superior quanto inferior, levando em consideração a posição do seu centro de gravidade.

Através do método das forças, obteve-se a matriz de flexibilidade do elemento finito e, posteriormente, com sua inversa e os princípios do Teorema de Betti, a matriz de rigidez. Em consequente, o Princípio dos Trabalhos Virtuais foi utilizado para o cálculo dos deslocamentos e rotações. Por fim, com a solução deste sistema, obtém-se o vetor das forças nodais correspondentes à variação de temperatura. Vale salientar que foi utilizado o método numérico de Gauss-Legendre para o cálculo de todas as integrais do código, objetivando a minimização de erros.

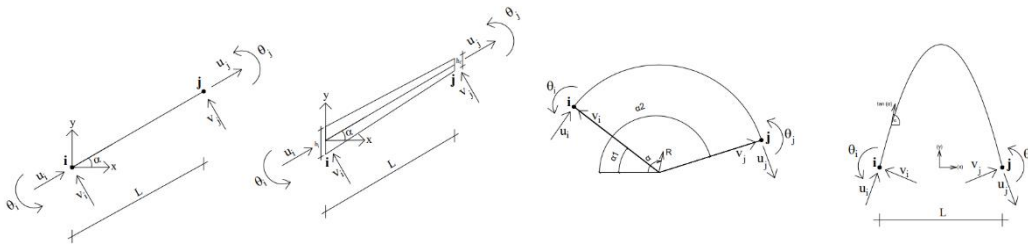


Figura 1. Representação genérica dos elementos: reto, mísulas, circunferencial e parabólico

Para a análise estrutural, o programa necessita de um arquivo de entrada em formato .txt contendo informações como a posição nodal, quantidade de elementos, cargas concentradas e distribuídas, vinculação, propriedades físicas e geométricas, temperatura, ângulos e raios. Metodologia semelhante foi utilizada por Lima e Soares (2021) para a análise de elementos finitos de grelhas. Porém, objetivando tornar o software usual por toda a comunidade acadêmica, é possível a implementação gráfica, conforme mostrado no trabalho desenvolvido por Oliveira et al. (2019).

De forma sucinta, após a leitura do arquivo de entrada, o código segue as seguintes etapas:

- Leitura do arquivo de entrada (em formato .txt);
- Cálculo das abscissas e pesos para a quadratura de Gauss-Legendre;
- Cálculo do comprimento e orientação do elemento;
- Montagem da matriz de rigidez local;

- Montagem da matriz de rigidez global;
- Montagem do vetor de cargas global;
- Aplicação das condições de contorno na matriz de rigidez e no vetor de cargas;
- Cálculo do vetor correspondente aos deslocamentos;
- Determinação dos esforços internos;
- Determinação das reações de apoio;
- Arquivo de saída (em formato .txt).

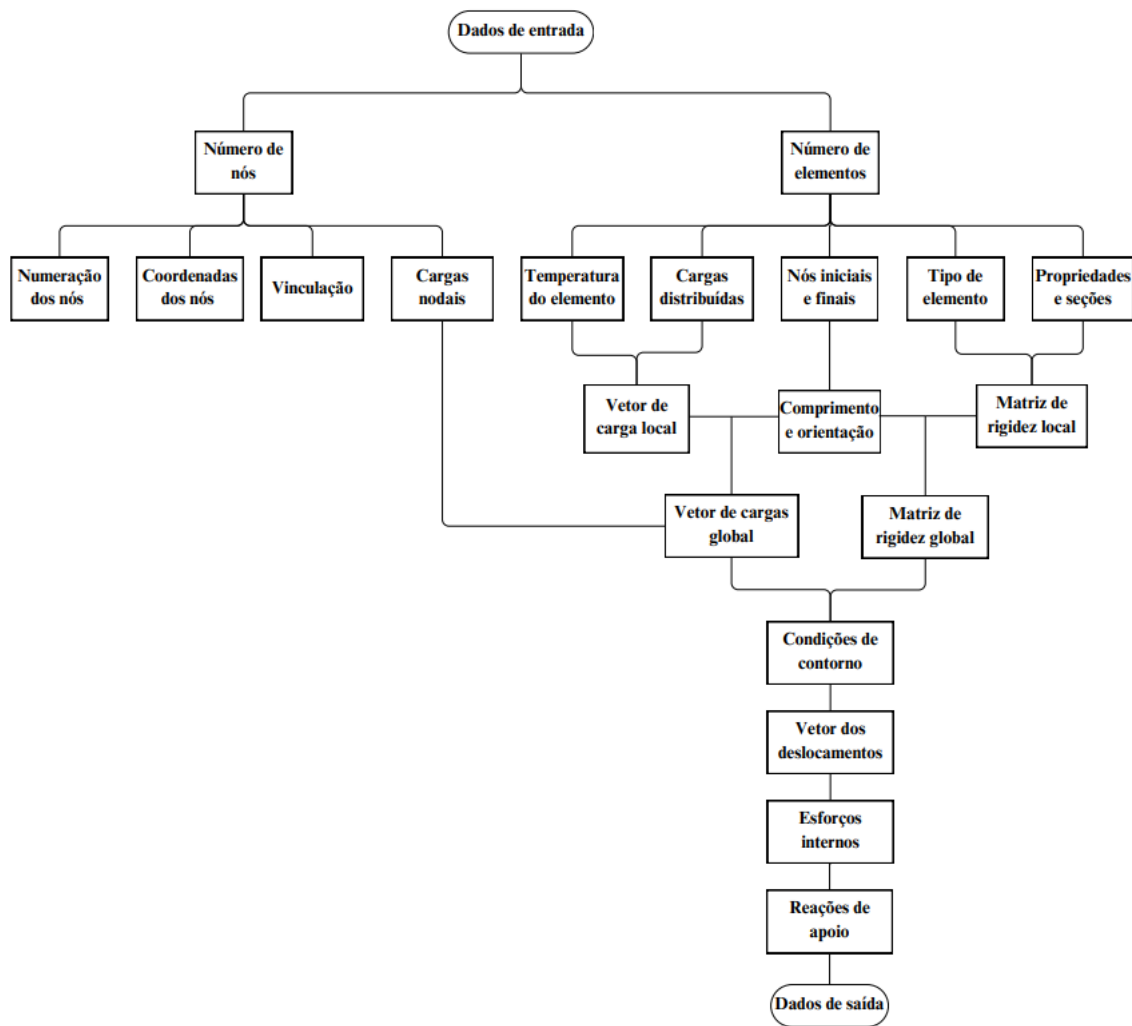


Figura 2. Fluxograma de programação

Resultados e Discussão

A Fig. 3 demonstra uma estrutura inspirada na Ponte Juscelino Kubitschek, localizada na cidade de Brasília, capital do Brasil. Esta obra de arte especial conta com quatro apoios e 3 vãos sustentados por arcos assimétricos localizados em planos

diferentes. A partir disso, o exemplo apresentado conta com dois elementos de arco de circunferência, um de arco de parábola, duas mísulas e uma barra reta submetidos à variação de temperatura, cargas uniformemente distribuídas e cargas nodais. Vale ressaltar que o exemplo não é uma idealização para modelo estrutural, mas sim uma verificação da eficiência do código desenvolvido.

Os dados de entrada são mostrados na Fig. 4 e para circunferências são necessários os ângulos iniciais, finais e raios. Já para parábolas, os coeficientes da função de segundo grau. A Tab.1 apresenta os resultados para a estrutura proposta com uma solução do PAE e uma do FTOOL.

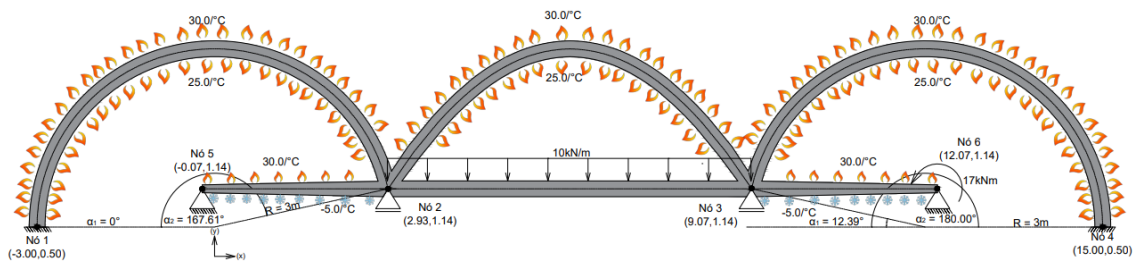


Figura 3. Estrutura usada para validação

[Nº NÓS] & [Nº ELEMENTOS] DA ESTRUTURA EM ANÁLISE																	
6		6															
[NÓ]	[COORDENADA X]	[COORDENADA Y]	[EX]	[EY]	[MOMENTO Z]	[VINCULACAO X]	[VINCULACAO Y]	[GIRO Z]									
1	-3.0	0.5	0.0	0.0	0.0	1	1	1									
2	2.93888	1.1439	0.0	0.0	0.0	0	1	0									
3	9.06992	1.1439	0.0	0.0	0.0	0	1	0									
4	15.0	0.5	0.0	0.0	0.0	1	1	1									
5	-0.06992	1.1439	0.0	0.0	0.0	1	1	0									
6	12.06992	1.1439	0.0	0.0	17.0	1	1	0									
[ELEMENTO]	[TIPO]	[NÓ INICIAL (i)]	[NÓ FINAL(j)]	[PSI]	[G]	[E]	[Iz]	[S]	[Qxi]	[Qxj]	[Qyi]	[Qyj]	[TEMP INF]	[TEMP SUP]	[ALTURA]	[COEF DILATAÇÃO]	[RÓTULA]
1	1	1	2	1.2	10416666.67	25000000.0	0.01	0.12	0.0	0.0	0.0	0.0	25.0	30.0	1.0	0.00001	0
2	2	2	3	1.2	10416666.67	25000000.0	0.01	0.12	0.0	0.0	0.0	0.0	25.0	30.0	1.0	0.00001	0
3	1	3	4	1.2	10416666.67	25000000.0	0.01	0.12	0.0	0.0	0.0	0.0	25.0	30.0	1.0	0.00001	0
4	0	2	3	1.2	10416666.67	25000000.0	0.01	0.12	0.0	0.0	-10.0	-10.0	0.0	0.0	1.0	0.00001	0
5	3	5	2	1.2	10416666.67	25000000.0	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0	30.0	0.0	0.00001	0
5	3	3	6	1.2	10416666.67	25000000.0	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0	30.0	0.0	0.00001	0
----- ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA -----																	
[ELEMENTO]	[RAIO]	[ÂNGULO INICIAL]		[ÂNGULO FINAL]													
1	3.0	0.0		167.61													
2	0.0	0.0		0.0													
3	3.0	12.394		100.000													
4	0.0	0.0		0.0													
5	0.0	0.0		0.0													
6	0.0	0.0		0.0													
----- ARCO DE PARÁBOLA -----																	
[ELEMENTO]	[A]	[B]	[C]														
1	0.0	0.0	0.0														
2	-0.25	3.0	-5.5														
3	0.0	0.0	0.0														
4	0.0	0.0	0.0														
5	0.0	0.0	0.0														
6	0.0	0.0	0.0														
----- MÍSULA -----																	
[ELEMENTO]	[ALTURA INICIAL]	[ALTURA FINAL]	[BASE DA SEÇÃO]														
1	0.0	0.0	0.0														
2	0.0	0.0	0.0														
3	0.0	0.0	0.0														
4	0.0	0.0	0.0														
5	0.5	1.0	0.12														
6	1.0	0.5	0.12														

Figura 4. Dados de entrada

Tabela 1. Resultados

Programa	Nó	Reações de Apoio			Deslocamentos	Rotação
		Fx (kN)	Fy (kN)	Mz (kNm)	Dx (m)	Rz (rad)
PAE	1	3,14	-1,08	-10,73	0,00	0,00
FTOOL		3,19	-1,08	-10,77	0,00	0,00
PAE	2	0,00	25,10	0,00	1,86E-04	-5,10E-04
FTOOL		0,00	25,10	0,00	2,00E-04	-5,18E-04
PAE	3	0,00	33,07	0,00	-1,90E-04	4,54E-04
FTOOL		0,00	33,07	0,00	-2,01E-04	4,62E-04
PAE	4	-3,64	-0,81	11,33	0,00	0,00
FTOOL		-3,69	-0,87	11,42	0,00	0,00
PAE	5	123,20	5,98	0,00	0,00	7,00E-04
FTOOL		124,47	6,19	0,00	0,00	7,25E-04
PAE	6	-123,20	-5,98	0,00	0,00	-4,07E-04
FTOOL		-123,97	-1,01	0,00	0,00	-4,13E-04

Para que a comparação entre os programas fosse feita, a estrutura foi discretizada no FTOOL, já que o mesmo possui apenas elementos retos. Contando com 245 pontos, o processo de entrada de dados se tornou demorado e cansativo. Logo, apesar da aproximação dos resultados, o PAE torna a análise estrutural ágio e simples.

Conclusão

Os efeitos da temperatura são extremamente relevantes e devem ser considerados, especialmente se forem estruturas hiperestáticas. A variação térmica provoca deformações e tensões que podem gerar esforços adicionais na estrutura, quando não consideradas em projetos podem causar patologias. Portanto, o algoritmo desenvolvido neste trabalho permite o cálculo das deslocabilidades, esforços internos e reações de apoio em estruturas de eixo reto e curvo sujeitas à variação de temperatura. O seu principal objetivo é a inclusão de tal comando ao PAE a fim de promover a utilização do programa por alunos e profissionais de maneira simples, eficiente e gratuita.

Agradecimentos

Agradeço ao IFMA e à FAPEMA pelo apoio técnico, incentivo à pesquisa e desenvolvimento científico.

Agradeço ao Prof. Dr. Luis Fernando Sampaio Soares e à Prof.^a Me. Fernanda Gabriella Batista Santos Oliveira, por dedicarem tempo e conhecimento no desenvolvimento deste projeto.

Referências

- SORIANO, Humberto L. e LIMA, Silvio de S. **Análise de Estruturas: Método das Forças e Método dos Deslocamentos**. 2ª Ed. Atualizada. Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2006.
- MARTHA, Luiz F. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, 2010.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, p. 62. 2023.
- PETTRES, Roberto; CARRER, José A. M. e LACERDA, Luiz A. de. **Formulação do método dos elementos de contorno para geração interna e transferência de calor - Um estudo paramétrico**. Proceedings of the joint XXXIV CILAMCE Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2013.
- MARQUIS, J. P. e WANG, T. M. **Stiffness matrix of parabolic beam element**. Computers & Structures, 31(6), 863-870. 1989.
- DORFI, H. R. e BUSBY, H. R. **An effective composite beam finite element based on the hybrid-mixed formulation**. Computers & Structures, 53, 43-52. 1994.
- ASSAN, Aloisio E. **Método dos Elementos Finitos: primeiros passos**. 2º. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2003.
- LIMA, Humberto M. e SOARES, Luis F. S. **Program for finite element analysis of grillages with circumferential arc-shaped and straight elements**. Proceedings of the joint XLII CILAMCE Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2021.
- OLIVEIRA, Fernanda G. B. S.; MÜLLER, André S. e SOARES, Luis F. S. **Object-oriented graphical interface for computational tool of two-dimensional elastic-linear analysis of bars with straight and curved axis**. Proceedings of the joint XL CILAMCE Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2019.